

Blatt2-Übungen_Grenzwerte01

Montag, 19. Februar 2024 22:01



Blatt2-
Übungen_...

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs Grenzwerte

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Folge $(x_n) = \left((-1)^n + \frac{n}{n+1} \right)$ divergent ist.
(Untersuchen Sie dazu die Teilfolgen (x_{2k}) und (x_{2k+1})).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left((-1)^n + \frac{n}{n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1}$$

"oo" "oo"

$$= \begin{cases} 1, & \text{gerade } n \\ -1, & \text{ungerade } n \end{cases} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}} = \begin{cases} 1+1=2, & \text{gerade } n \\ -1+1=0, & \text{ungerade } n \end{cases}$$

↓ divergent!

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{x^2+1} + x} = \frac{0}{\infty} = 0$ (*1)

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{0}{0}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{1-x} \right) = 1 - \frac{1}{1} = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{2x^2 + 6x} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{5}{x^2}}{2 + \frac{6}{x}} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = x+2$
 $\lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Grenzwert der Zahlenfolge, falls er existiert.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \frac{n^2}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 + 1}$
 "oo" "oo"
 $= \begin{cases} 1 \cdot 1, & n \text{ gerade} \\ -1 \cdot 1, & n \text{ ungerade} \end{cases} = \Rightarrow \text{divergent!}$

(*1) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+1})^2 - x^2}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + x} = 0$

+oo +oo
+oo