

Samstag, 24. Februar 2024 22:20



Technische Hochschule
Georg Agricola

Aufgabe 1 Berechnen Sie jeweils die unbekannte Größe x.

(b) $\log_x 16 = 4$ (c) $\log_x 27 = 3$ (d) $\log_4 (5x - 1) = -1$

(e) $\log_2(x^2 - 1) = 4$ (f) $\log_5 x^2 = 3$ (g) $\log_x(x + 6) = 2$

(h) $\log_x(15-2x)=2$ (i) $\log_x(32-4x^2)=4$

oder

$$\left| \begin{array}{l} 2^x = 5 \quad | \ln \\ \ln 2^x = \ln 5 \quad | : \log_2 \end{array} \right. \quad \log u^v = v \cdot \log u$$
$$x \cdot \ln 2 = \ln 5$$
$$x = \frac{\ln 5}{\ln 2}$$

Potenzgesetze:
 $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
 $x^2 \cdot x^4 = x^{2+4} = x^6$

Aufgabe 2 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen in $\mathbb{R}$.

(a) $2^x = 5$ (b) $3^x = 24$ (c) $4^x = \frac{1}{3}$
(d) $2^{x+2} = 5$ (e) $3^{4x} = 5$ (f) $4^{2x+1} = 5$

Aufgabe 3 Bestimmen Sie alle reellen Lösungen folgender Exponentialgleichungen.

(a) $3^{x-1} + 3^{x+2} = 84$ (b) $2^{x-2} + 2^{x+2} = 34$

(c) $2^{x+2} + 2^x = 40$ (d) $2^{x+3} + 2^x = 144$

Aufgabe 4 Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ folgender Exponentialgleichungen.

(a) $4 \cdot 2^{2x} - 35 \cdot 2^x + 24 = 0$ (b) $2^x + 4 = 32 \cdot 2^{-x}$
(c) $3^x + 6 \cdot 3^{-x} = 5$ (d) $3^x + 6 = 27 \cdot 3^{-x}$
(e) $2^{x+2} + 1 = 2^{-x-1}$ (f) $3^x + 2 \cdot 3^{1-x} =$
(g) $2^{x-2} = 2^{3-x} + 1$ (h) $2^{x+1} - \frac{1}{2^x} = 1$

Aufgabe 5 Lösen Sie die folgenden Exponentialgleichungen in $\mathbb{R}$.

(a) $16^x - 12 \cdot 4^x + 32 = 0$ (b) $3^{2x+1} \cdot 3^{x-1} = 1$

Aufgabe 6 Bestimmen Sie alle reellen Lösungen folgender Logarithmengleichungen.

(a) $\ln x^5 = \ln x^2 + 6$

(b) $\frac{1}{3} \lg x^2 + \frac{1}{2} \lg x^3 = \frac{2}{100}$

$\lg = \lg_{10}$

$\ln x^5 - \ln x^2 = 6$

$2 \cdot \lg - 6 = 12$

$\ln\left(\frac{x^5}{x^2}\right) = 6$

$\ln(x^3) = 6 \quad | e^{}$

$e^{\ln(x^3)} = e^6$

$x^3 = e^6 \quad | \cdot \frac{1}{3}$

$(x^3)^{\frac{1}{3}} = (e^6)^{\frac{1}{3}}$

$x = e^2$

$\lg(x^2) + \lg(x^3) = \frac{2}{100}$

$\lg x^{\frac{2}{3}} + \lg x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{100}$

$1 \cdot \lg - 6 = 12$

$\lg(x^{\frac{2}{3}} \cdot x^{\frac{3}{2}}) = \frac{2}{100}$

$\lg(x^{\frac{13}{6}}) = \frac{2}{100}$

$x = \sqrt[13]{10^{\frac{2}{100}}}$

$x = 10^{\frac{13}{6} \cdot \frac{2}{100}}$

$x = 10^{\frac{13}{300}}$

$\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$

$x = 10^{\frac{13}{6} \cdot \frac{2}{100}} = 10^{\frac{13}{300}}$

$x = 10^{\frac{13}{300}}$

$$4 \cdot 2^{2x} - 35 \cdot 2^x + 24 = 0$$
$$4 \cdot (2^x)^2 - 35 \cdot 2^x + 24 = 0$$

solve $z = 2^x$

3. Pokerspiel:

$$\binom{n}{m} = x^{m \cdot n}$$

$$\binom{2}{2} = x^6$$

$$\Rightarrow 4z^2 - 35z + 24 = 0 \quad | :4$$

$$z^2 - \frac{35}{4}z + 6 = 0 \quad | PQ$$

$$\begin{aligned} Z_{1,2} &= \frac{35}{8} \pm \sqrt{\left(\frac{35}{8}\right)^2 - 6} \\ &= \frac{35}{8} \pm \sqrt{\frac{1225}{64} - \frac{384}{64}} = \frac{35}{8} \pm \sqrt{\frac{841}{64}} \\ &= \frac{35}{8} \pm \frac{29}{8} \end{aligned}$$

$$z_1 = \frac{6}{8} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} \quad \text{oder} \quad z_2 = \frac{64}{8} = \underline{\underline{8}}$$

$$\updownarrow \quad x = \frac{3}{4} \quad \text{oder} \quad \updownarrow \quad x = 8$$

$$x \cdot \ln 2 = \ln \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{\ln \frac{3}{4}}{\ln 2}$$