Blatt2-Übungen_Grenzwerte01

Montag, 19. Februar 2024 22:01

Blatt2-Übungen_...

Dr. Markus Schröder

Technische Hochschule Georg Agricola

Mathematik Vorbereitungskurs
Grenzwerte

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Folge $(x_n) = ((-1)^n + \frac{n}{n+1})$ divergent ist.
(Untersuchen Sie dazu die Teilfolgen (x_{2k}) und (x_{2k+1})).

gerade ungerade

$$= \lim_{n\to\infty} (-1)^n + \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1}$$

$$+ \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n} \cdot 1}{\cancel{n} \cdot (1 + \frac{1}{n})}, \quad \frac{1}{n} \to 0$$

$$= \begin{cases} 1, \text{ geraden } n & +1 = 2 \\ -1, \text{ ungeraden } n & +1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{divergent}$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Grenzwerte.

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\sqrt{x^2+1} - x\right) \cdot \frac{(\sqrt{x^2+1} + x)}{(\sqrt{x^2+1} + x)} = (*_1)$

"$\infty - \infty$"

$$(*_1) \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^2} + 1 - \cancel{x^2}}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\underbrace{\sqrt{x^2+1}}_{\infty} + \underbrace{x}_{\infty}} = 0$$

$a^2 - b^2$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{\cancel{(x-1)} \cdot (x+2)}{\cancel{(x-1)}} = 3$

Tip: Linearfaktorzerlegung

c) $\lim\limits_{x\to 0} \left(1 - \frac{1}{1-x}\right) = 0$

$1 - \frac{1}{1-0}$

d) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2-5}{2x^2+6x}$ "$\frac{\infty}{\infty}$"

$$= \lim_{x\to\infty} \frac{\cancel{x^2} \cdot (1 - \frac{5}{x^2})}{\cancel{x^2} \cdot (2 + \frac{6}{x})} = \frac{1}{2}, \quad \frac{5}{x^2} \to 0, \quad \frac{6}{x} \to 0$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Grenzwert der Zahlenfolge, falls er existiert.

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{(-1)^n n^2}{n^2+1}$

$$= \lim_{n\to\infty} (-1)^n \cdot \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{n^2+1}$$

$$\cdot \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n^2} \cdot 1}{\cancel{n^2} \cdot (1 + \frac{1}{n^2})}, \quad \frac{1}{n^2} \to 0$$

$$= \begin{cases} 1, \text{ geraden} \cdot 1 = 1 \\ -1, \text{ ungeraden} \cdot 1 = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{divergent}$$