

**Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen zur Integralrechnung****Aufgabe 1**

- | | | |
|-------------------------------------|-----------------------------|---|
| a) $\int x^4 dx$ | b) $\int (x^3 + 2x - 4) dx$ | c) $\int \left(\frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - x\right) dx$ |
| d) $\int (e^x + x^2) dx$ | e) $\int (e^{2x} + 3) dx$ | f) $\int (2xt^2 + 2xt - 4) dt$ |
| g) $\int (\cos(x) - e^{-x} + 1) dx$ | h) $\int e^{2x+3} dx$ | i) $\int e^{2x+3} dt$ |
| j) $\int \cos(3x) dx$ | k) $\int \sqrt{x} dx$ | l) $\int \frac{1}{x^2} dx$ |

Aufgabe 2

Swimmingpool

Ein quaderförmiger Swimmingpool mit 8 m Länge, 5 m Breite und 3 m Höhe wird mit Wasser gefüllt. Zu Beginn beträgt die Wasserhöhe 0,1 m. Der Zu- bzw. Abfluss des Wassers wird modellhaft beschrieben durch die Zulaufratenfunktion mit

$$f(t) = t^3 - 13t^2 + 40t; \quad 0 \leq t \leq 9$$

(f(t) in m³ pro Stunde, t in Stunden)

- Gib die Zeitpunkte an, zu denen das Wasser weder zu noch abläuft, und berechne die Zeitpunkte maximalen Zu- bzw. Abflusses.
- Skizziere den Graphen der Zulaufratenfunktion f.
- Wie viel Wasser befindet sich nach 3 Stunden im Pool?
- Bestimme die Höhe des Wasserstands am Ende des gesamten Einfüllvorgangs.
- Berechne die maximale Wassermenge im Pool.
- Bestimmen Sie die Gesamtmenge an Wasser, die zu- bzw. abgelaufen ist.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die neu hinzugeflossene Wassermenge erstmals 16 m³ beträgt.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Integrale durch partielle Integration.

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| (a) $\int x^2 \sin(3x) dx$ | (b) $\int \sin^2(x) dx$ |
| (c) $\int x e^{2x} dx$ | |

Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen zur Integralrechnung**Aufgabe 4**

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale durch geeignete Substitutionen.

(a)
$$\int \frac{x \, dx}{\sqrt{(16 + 2x^2)^3}}$$

b)
$$\int 3x^2 \cdot e^{x^3} \, dx$$

c)
$$\int 3x \cdot \sin(x^2 + 1) \, dx$$

d)

$$\int \frac{3}{3x+1} \, dx$$

Aufgabe 5

Berechnen Sie die Integrale durch Partialbruchzerlegung.

(a)
$$\int \frac{6x + 10}{x^2 + 2x - 3} \, dx$$

(b)
$$\int \frac{3x^5 + 2x^4 + 3x^3}{x^4 - 1} \, dx$$

(c)

$$\int \frac{6x^2 - 4x - 7}{x^3 - 3x - 2} \, dx$$

Aufgabe 6

Berechnen Sie die uneigentlichen Integrale, falls sie existieren.

(a)
$$\int_0^{\infty} x e^{-x} \, dx$$

(b)
$$\int_0^1 \ln(2x) \, dx$$

(c)

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \, dx$$

(d)

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x} \, dx$$

Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen zur Integralrechnung

Aufgabe 7

Berechnen Sie das Volumen V der Rotationskörper, die durch Rotation um die x -Achse entstehen:

(a) $f(x) = \frac{r}{h}x$, $0 \leq x \leq h$

(b) $f(x) = 4\sqrt{x}$, $[0; 4]$