

# Blatt2-Übungen\_Grenzwerte01

Montag, 19. Februar 2024 22:01



Blatt2-  
Übungen\_...

Dr. Markus Schröder



## Mathematik Vorbereitungskurs Grenzwerte

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Folge  $(x_n) = \left( (-1)^n + \frac{n}{n+1} \right)$  divergent ist.  
(Untersuchen Sie dazu die Teilfolgen  $(x_{2k})$  und  $(x_{2k+1})$ ).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} \text{ "oo" "oo" unbestimmt!}$$

$$+1, \text{ gerade } n \quad + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot 1}{n \cdot (1 + \frac{1}{n})} = \begin{cases} 2, \text{ gerade } n \\ 0, \text{ ungerade } n \end{cases} \rightarrow \text{divergent}$$

$$\Rightarrow 1$$

b) Polynomdivision:

$$\begin{array}{r} x^2 + x - 2 : (x-1) = x + 2 \\ \underline{-(x^2 - 1x)} \phantom{- 2} \\ +2x - 2 \\ \underline{-(2x - 2)} \\ 0 \end{array}$$

### Aufgabe 2

Berechnen Sie die Grenzwerte.

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1} - x}{\sqrt{x^2+1} + x} = \frac{0}{\infty} = 0$  (L'Hospital)

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{2x^2 + 6x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \cdot (1 - \frac{5}{x^2})}{x \cdot (2 + \frac{6}{x})} = \frac{1}{2}$

### Aufgabe 3

Berechnen Sie den Grenzwert der Zahlenfolge, falls er existiert.

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{n^2 + 1}$

$$= \begin{cases} 1, \text{ gerade } n \\ -1, \text{ ungerade } n \end{cases} \cdot 1 = \text{divergent!}$$

(\*)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2+1})^2 - x^2}{\sqrt{x^2+1} + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1 - x^2}{\sqrt{x^2+1} + x} = \frac{1}{\infty} = 0$

wolframalpha.com

FROM THE MAKERS OF WOLFRAM LANGUAGE AND MATHEMATICS

**WolframAlpha**

limit (n^2-5)/(2n^2+6n) as n->infinity

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT EXTENDED KEYBOARD

Assuming limit refers to a continuous limit | Use the discrete instead

Limit

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5}{2n^2 + 6n} = \frac{1}{2}$$