

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen zu Komplexe Zahlen

①

Aufgabe 1

Gegeben sind die komplexen Zahlen $z_1 = \frac{1}{7} + 4i, z_2 = -3 - \frac{1}{6}i$ und $z_3 = -1 + 2i$.
Stellen Sie die Zahlen

$$w_1 = \bar{z}_1 + 2z_2 - 3z_3, \quad w_2 = \bar{z}_3 \bar{z}_3^2 z_3, \quad w_3 = \frac{z_1}{\bar{z}_3}$$

in der Form $a + bi$, mit $a, b \in \mathbb{R}$ dar.

Aufgabe 2

Es sei $z = 3 + 0.5i$. Veranschaulichen Sie in der Gaußschen Zahlenebene die Zahlen:

$$z_1 = iz, \quad z_2 = -z, \quad z_3 = z^2 i - 8(i - 1).$$

Aufgabe 3

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in ~~Winkelstrichform~~ Exponentialform dar:

$$z_1 = -\frac{1}{3}(1 - i), \quad z_2 = -10, \quad z_3 = (1 + i)^9.$$

die Rechnung

Aufgabe 4

Berechnen Sie:

a) $(1 - \sqrt{3}i)^5$

b) $\frac{2 + 6i}{3 - 5i}$

Aufgabe 5

Lösen Sie die folgende quadratische Gleichung:

$$z^2 - 4z + 7 = 0$$

①

$$w_1 = \frac{1}{7} - 4i + 2(-3 - \frac{1}{6}i) - 3(-1 + 2i)$$
$$= \frac{1}{7} - 4i - 6 - \frac{1}{3}i + 3 - 6i$$
$$= \frac{1}{7} - 3 - 10i - \frac{1}{3}i$$
$$= \frac{1}{7} - \frac{21}{7} - \frac{20}{3}i - \frac{1}{3}i = -\frac{20}{7} - \frac{21}{3}i$$

3. Binomische Formel: $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Realteil Imaginärteil

$$z_3 = (-1 + 2i) \Rightarrow \bar{z}_3 \cdot z_3 = (-1)^2 + 2^2 = 5$$

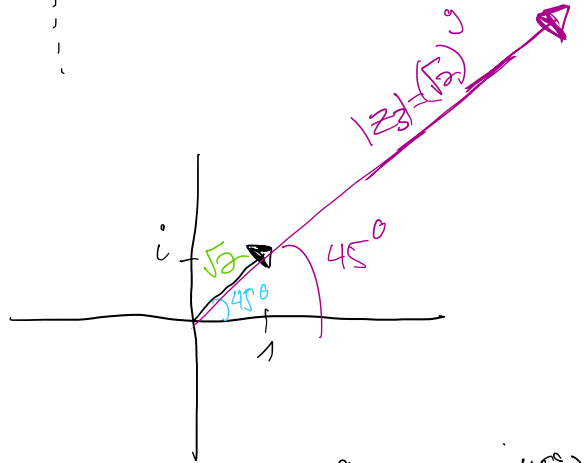
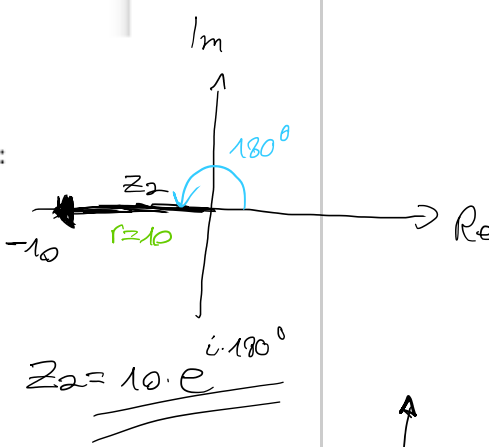
reell & imaginär!

$$w_2 = \bar{z}_3 \cdot z_3 \cdot \bar{z}_3$$
$$= |z_3|^2 \cdot (-1 + 2i)$$
$$= (\sqrt{(-1)^2 + 2^2})^2 \cdot (-1 + 2i)$$
$$= 5 \cdot (-1 + 2i)$$
$$= -5 + 10i$$

2. Bin. Formel $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

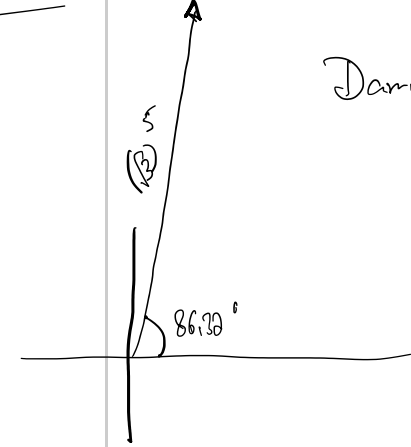
Trick: mit konjugiert komplexen Nenner erweitern

$$\frac{z_1}{\bar{z}_3} = \frac{(\frac{1}{7} + 4i) \cdot (-1 + 2i)}{(-1 - 2i) \cdot (-1 + 2i)} = \frac{-\frac{1}{7} + \frac{2}{7}i - 4i + 8i^2}{5}$$
$$= \frac{-\frac{1}{7} - \frac{56}{7} + \frac{2}{7}i - \frac{28}{7}i}{5}$$
$$= \frac{-\frac{57}{7} - \frac{26}{7}i}{5}$$
$$= -\frac{57}{35} - \frac{26}{35}i$$



Damit $z_3 = (1+i)^9 = (\sqrt{2} e^{i45^\circ})^9$

$$= (\sqrt{2})^9 \cdot e^{i45^\circ \cdot 9}$$
$$= (\sqrt{2})^9 \cdot e^{i405^\circ}$$
$$= (\sqrt{2})^9 \cdot e^{i45^\circ}$$



Aufgabe 3

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in Trigonometrischer und Exponentialform dar:

$$z_1 = -\frac{1}{3}(1 - i), \quad z_2 = -10, \quad z_3 = (1 + i)^9.$$