



Technische Hochschule Georg Agricola

ÜBUNG - ROBOTIK

BEWEGUNGSAUTOMATION

15.10.2025 Bochum

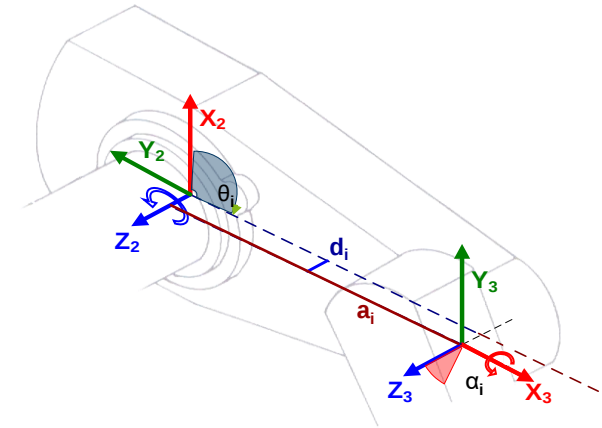
Dr.-Ing. Lars N. Josler

DENAVIT-HARTENBERG PARAMETER



Zwei benachbarte DH-Koordinatensysteme können durch zwei Translationen und zwei Rotationen ineinander überführt werden

1. θ_i = Winkel zwischen x_i und x_{i-1} rotiert um z_{i-1}
(Überführung von x_{i-1} in x_i durch Rotation um z_{i-1})
2. d_i = Minimaler Abstand zwischen K_i und K_{i-1} entlang z_{i-1}
(Wert positiv oder negativ)
3. a_i = Abstand zwischen K_i und K_{i-1} entlang der x_i -Achse
(immer positiv)
4. α_i = Winkel zwischen z_i und z_{i-1} rotiert um x_i
(Überführung von z_{i-1} in z_i durch Rotation um x_i)





1. Was ist die Hauptuntersuchung der Kinematik im Kontext von Mechanismen und Robotern?

- Die Steuerung und Programmierung der Trajektorien im Robot Operating System (ROS).
- Die Bewegungsmöglichkeiten der Glieder eines Mechanismus relativ zueinander, ohne Betrachtung von Kräften.
- Die auftretenden Kräfte und Momente bei Bewegung der Gelenke.
- Die Berechnung der Energieeffizienz und des Energiebedarfs des Roboters während der Bewegung.

2. Welche Eigenschaft einer offenen kinematischen Kette führt zu dem Nachteil der Fehlerfortpflanzung und geringeren Stabilität?

- Der Endeffektor hängt direkt hinter dem letzten Gelenk.
- Die Glieder bilden einen geschlossenen Kreis mit geometrischen Zwangsbedingungen.
- Glieder sind hintereinander geschaltet.
- Mehrere Glieder wirken gleichzeitig auf den Endeffektor.



3. Die Vorwärtstransformation (Direkte Kinematik) ist mathematisch eindeutig. Was bedeutet das?

- Eine kartesische Position kann zu mehreren Gelenkwinkeln führen (Mehrdeutigkeit).
- Die Position und Orientierung werden aus den Gelenkwinkeln bestimmt, wobei jede Gelenkkonfiguration genau eine Pose ergibt.
- Die Position und Orientierung werden aus den Gelenkwinkeln bestimmt, wobei jede Gelenkkonfiguration genau eine Pose ergibt.
- Sie dient zur Eliminierung von DH-Parametern.

4. Welche der folgenden Darstellungen wird verwendet, um nur die Orientierung (Rotation) eines Koordinatensystems zu repräsentieren?

- Kartesische Vektoren
- Homogene Rotationsmatrizen
- Euler-Winkel
- Jacobi-Matrizen



5. Welche Auswirkung hat die Schwerkraft auf die Gelenke einer offenen kinematischen Kette im Vergleich zu einer geschlossenen Kette?

- Bei der offenen Kette muss die Schwerkraft nur auf das letzte Glied berücksichtigt werden, bei der geschlossenen auf alle Glieder.
- Die Schwerkraft hat keinen Einfluss auf die Kinematik, sondern nur auf die Dynamik und ist daher irrelevant für die Kettenart.
- Die geschlossene Kette ist völlig unabhängig von der Schwerkraft, da sie vollständig in sich selbst verriegelt ist.
- Die offene Kette muss das Gewicht aller nachfolgenden Glieder tragen (höhere Gelenkbelastung), während die geschlossene Kette das Gewicht besser auf die Basis ableitet (geringere Gelenkbelastung).

6. Was beschreibt der Begriff Innere Singularität?



7. Die Vorwärtstransformation (Direkte Kinematik) ist mathematisch eindeutig. Was bedeutet das?

- Eine kartesische Position kann zu mehreren Gelenkwinkeln führen.
- Aus der Pose ergibt sich eine eindeutige Gelenkkonfiguration des Roboters
- Die Position und Orientierung werden aus den Gelenkwinkeln bestimmt, wobei jede Gelenkkonfiguration genau eine Pose ergibt.
- Sie dient zur Eliminierung von DH-Parametern.

8. Welche der folgenden Darstellungen wird verwendet, um die Orientierung (Rotation) eines Koordinatensystems zu repräsentieren?

- Kartesische Vektoren
- Euler-Winkel
- Homogene Rotationsmatrizen
- Jacobi-Matrizen



9. Welchen Zweck erfüllt die vierte Zeile und Spalte in einer homogenen Transformationsmatrix?

- Sie dient der Speicherung der Euler-Winkel für die Orientierung.
- Sie repräsentiert die Massenverteilung und die dynamischen Eigenschaften des Gliedes.
- Sie ermöglicht die Multiplikation von Rotations- und Translationskomponenten in einer einzigen Matrix, indem sie die Lage als Vektor in den homogenen Koordinaten darstellt.
- Sie enthält die Jakobische Matrix zur Berechnung von Geschwindigkeiten.

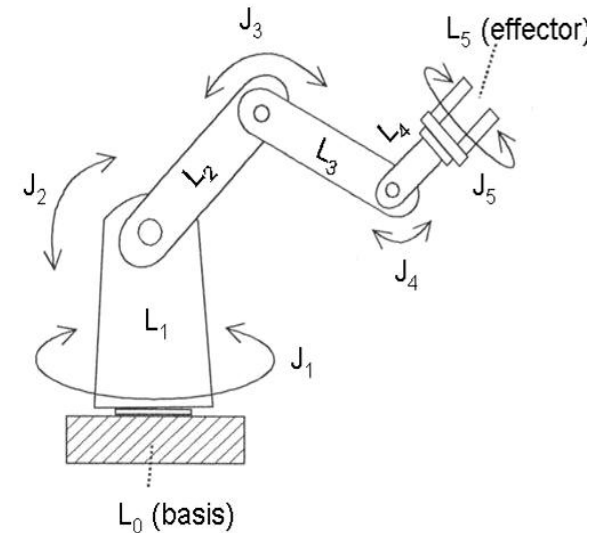
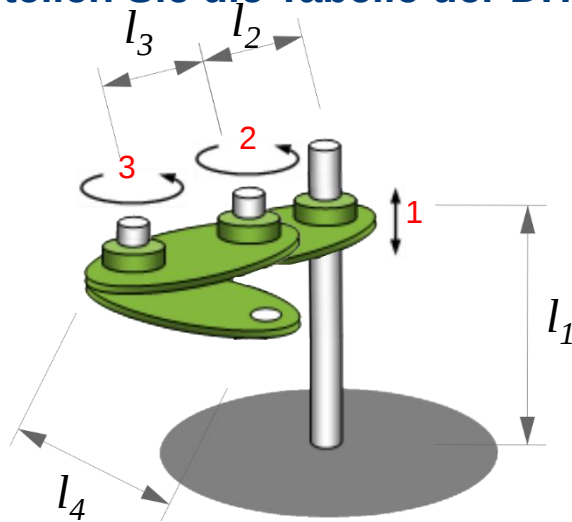
10. Welche der folgenden Transformationen ist kein Bestandteil der vollen Bewegungstransformation in der Robotik-Kinematik?

- Translation (Verschiebung)
- Rotation (Drehung)
- Skalierung
- Verformung (Deformation)

AUFGABENSTELLUNG



- a) Skizzieren Sie die Kinematische Struktur der Roboter mit Hilfe der Symbole aus der VDI-Richtlinie 2861.
- b) Zeichnen Sie die Koordinatensysteme nach DH-Konvention ein.
- c) Stellen Sie die Tabelle der DH-Parameter auf.



ACHSKONFIGURATION NACH VDI 2861



	Symbol	Bemerkung, Beispiel
Linearachse fluchtend		
Linearachse nicht fluchtend		
Verfahrachse		
Rotationsachse fluchtend		
Rotationsachse nicht fluchtend		
Werkzeuge		Spritzpistole, Schweißzange
Greifer		Zangengreifer
Systemgrenze		kurzer Trennstrich, echte Schnittstelle
Trennung zwischen Haupt- und Nebenachsen		

Quelle: VDI 2861

ZEICHNEN SIE DIE KOORDINATENSYSTEME NACH DH-KONVENTION EIN



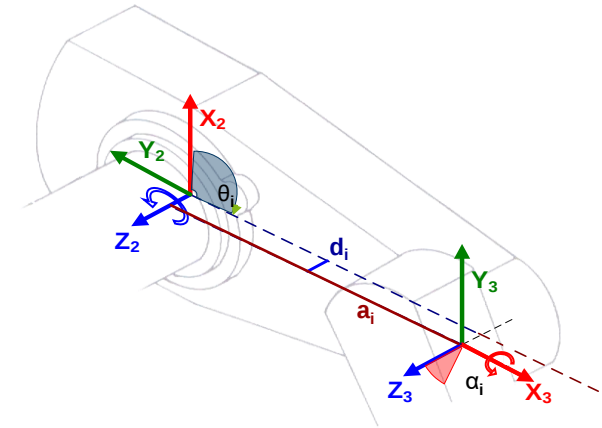
- Ursprung von K_i auf Gelenkachse $i+1$
- z_i Achse entlang Gelenkachse $i+1$
- K_i , $0 < i < n$: Gelenkachsen i und $i+1$...
 - ... schneiden sich:
 - Ursprung von K_i im Schnittpunkt beider Achsen
 - x_i Achse senkrecht zu beiden Achsen
 - ... sind parallel:
 - Zunächst Festlegung von K_{i+1}
 - Ursprung von K_i auf Achse $i+1$, so dass Abstand zu K_{i+1} minimal
 - x_i Achse in Richtung gem. Normalen von Achse i zu Achse $i+1$
 - ... schneiden sich nicht und sind nicht parallel:
 - Ursprung von K_i im Schnittpunkt gem. Normalen und Achse $i+1$
 - x_i Achse in Richtung gem. Normalen von Achse i zu Achse $i+1$
- K_n :
 - Ursprung von K_n auf dem TCP
 - z_n Achse in Richtung z_{n-1} Achse durch den TCP

DENAVIT-HARTENBERG PARAMETER

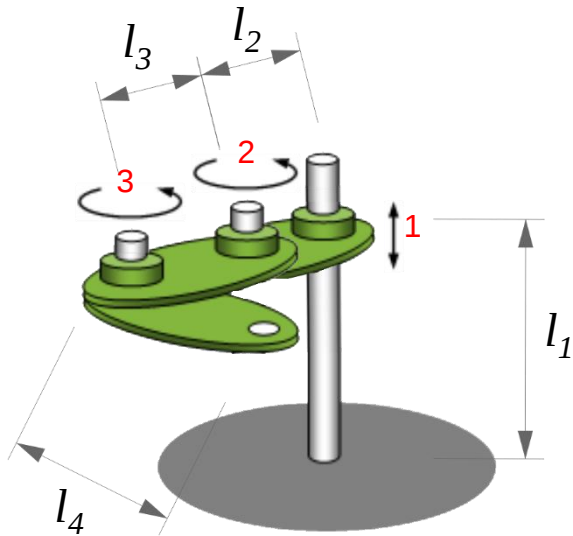


Zwei benachbarte DH-Koordinatensysteme können durch zwei Translationen und zwei Rotationen ineinander überführt werden

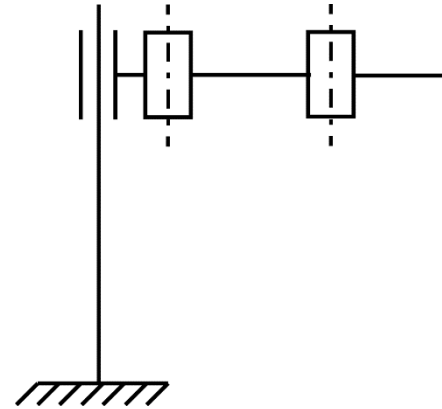
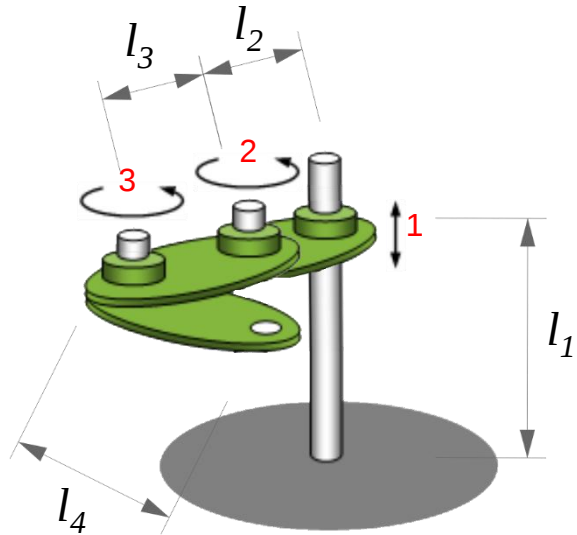
1. θ_i = Winkel zwischen x_i und x_{i-1} rotiert um z_{i-1}
(Überführung von x_{i-1} in x_i durch Rotation um z_{i-1})
2. d_i = Minimaler Abstand zwischen K_i und K_{i-1} entlang z_{i-1}
(Wert positiv oder negativ)
3. a_i = Abstand zwischen K_i und K_{i-1} entlang der x_i -Achse
(immer positiv)
4. α_i = Winkel zwischen z_i und z_{i-1} rotiert um x_i
(Überführung von z_{i-1} in z_i durch Rotation um x_i)



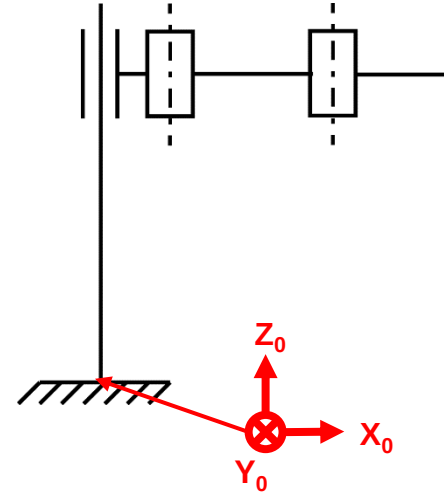
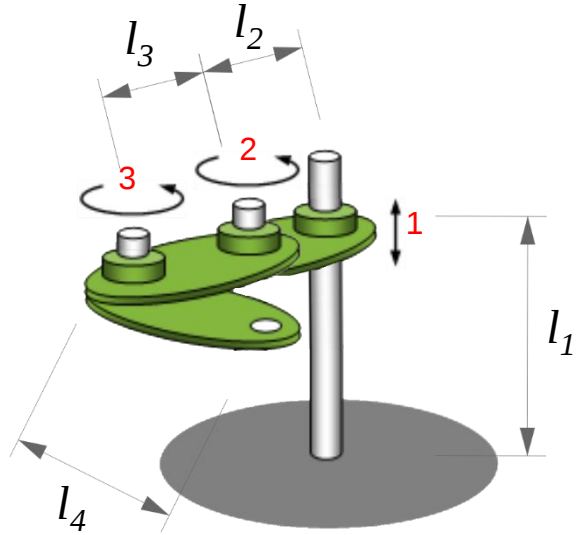
KINEMATIK 2



KINEMATIK 2

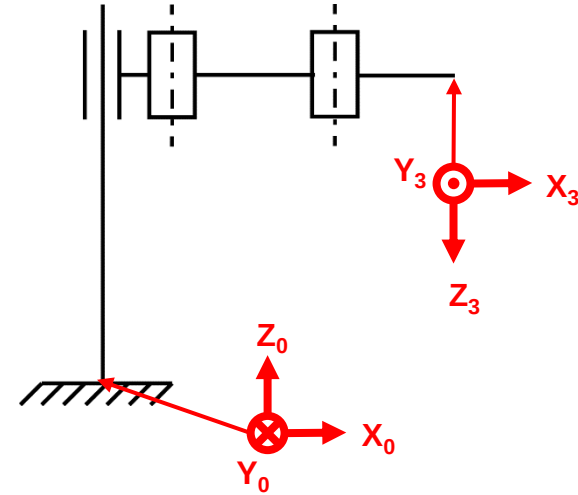
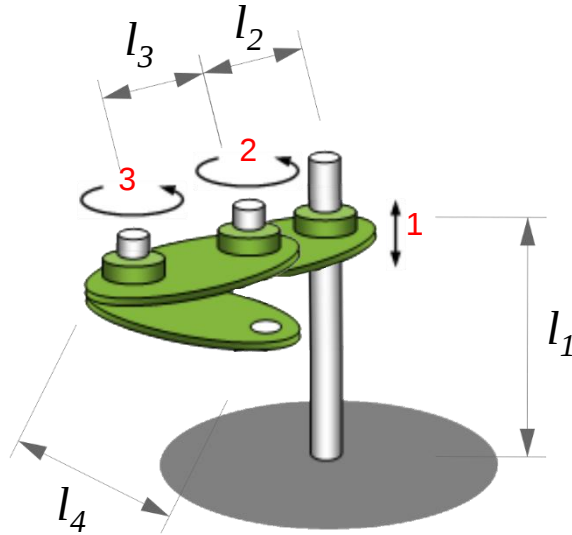


KINEMATIK 2 – K_0



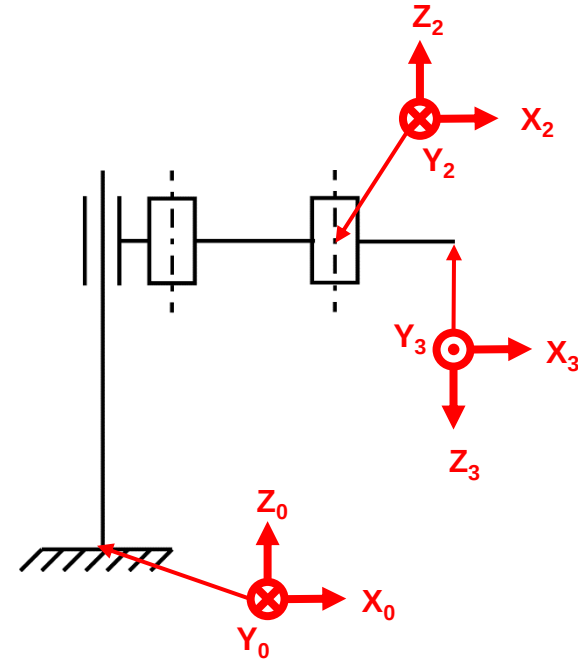
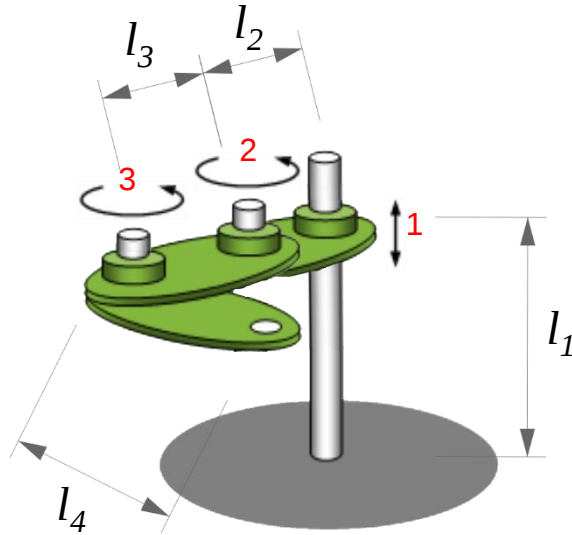
- Ursprung von K_0 liegt auf der ersten Gelenkachse
- die z_0 Achse zeigt entlang der ersten Gelenkachse
- x_0 , y_0 frei wählbar (Rechtssystem)

KINEMATIK 2 – K_3



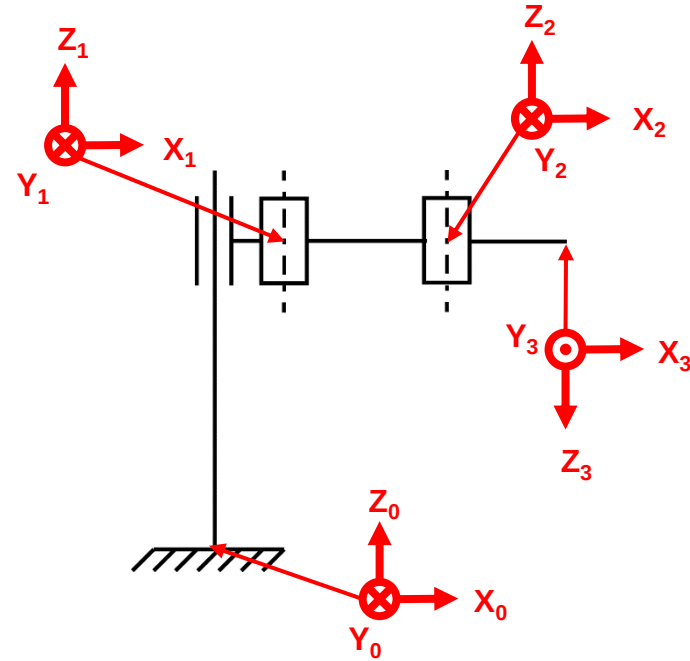
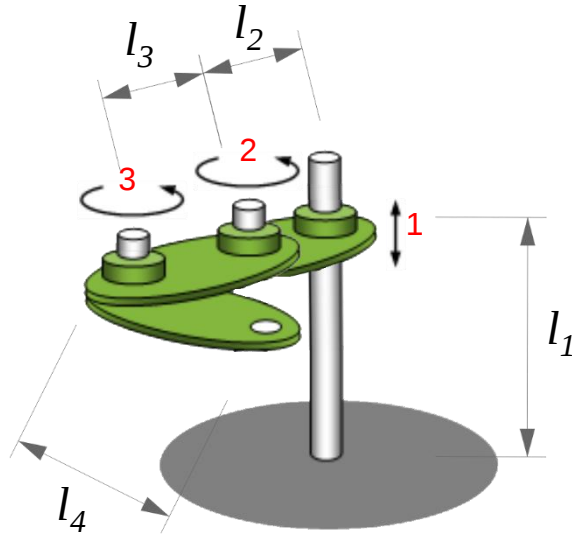
- Der Ursprung von K_n liegt auf dem TCP
- Die z_n Achse wird in Richtung der Gelenkachse durch den TCP gelegt
- Sind Achsen z_{n-1} und z_n kollinear, so ist die x_n Achse wie die x_{n-1} Achse zu wählen

KINEMATIK 2 – K_2



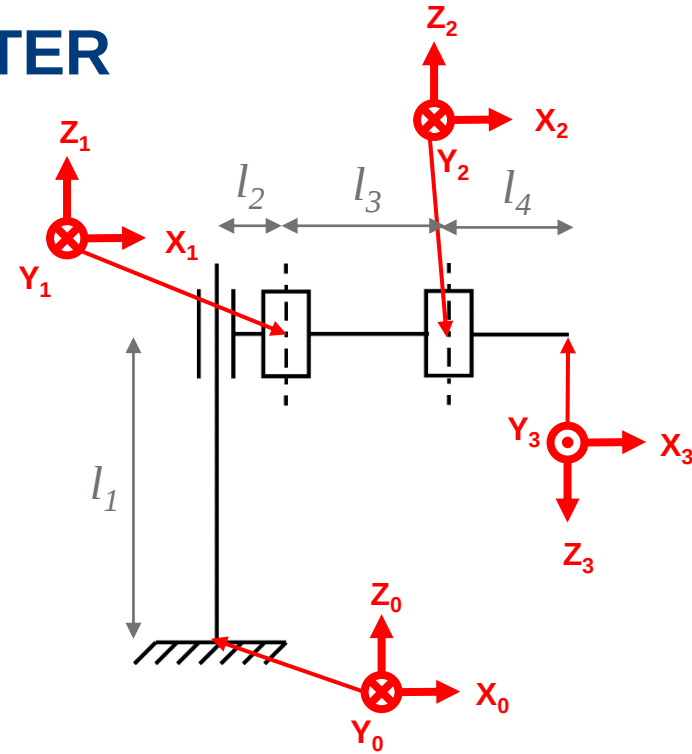
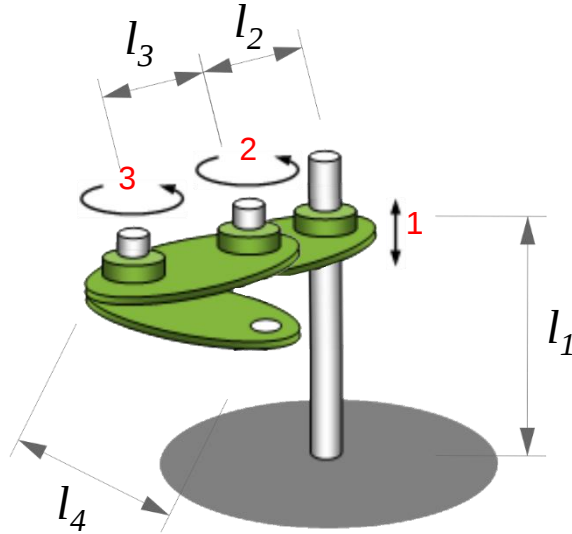
- Ursprung von K_i liegt auf Gelenkachse $i+1$, so dass Abstand zu K_{i+1} minimal
- Die z_i Achse wird entlang der Gelenkachse $i+1$ gelegt
- Die x_i Achse wird in Richtung der gemeinsamen Normalen der Gelenkachsen i und $i+1$ gelegt, von Gelenkachse i zu Achse $i+1$

KINEMATIK 2 – K_1



- Ursprung von K_i liegt auf Gelenkachse $i+1$, so dass Abstand zu K_{i+1} minimal
- Die z_i Achse wird entlang der Gelenkachse $i+1$ gelegt
- Die x_i Achse wird in Richtung der gemeinsamen Normalen der Gelenkachsen i und $i+1$ gelegt, von Gelenkachse i zu Achse $i+1$

KINEMATIK 2 – DH-PARAMETER



Gelenk	θ	d_i	a_i	α_i
1				
2				
3				

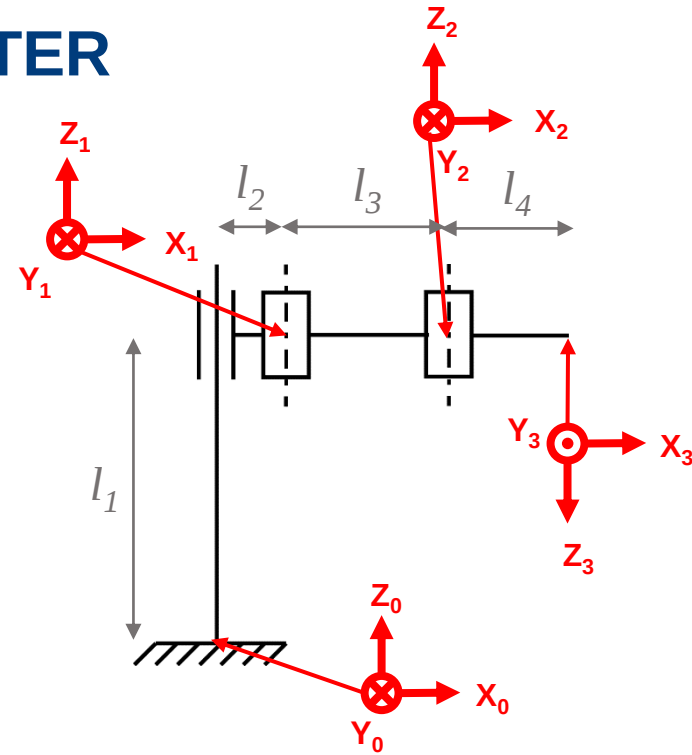
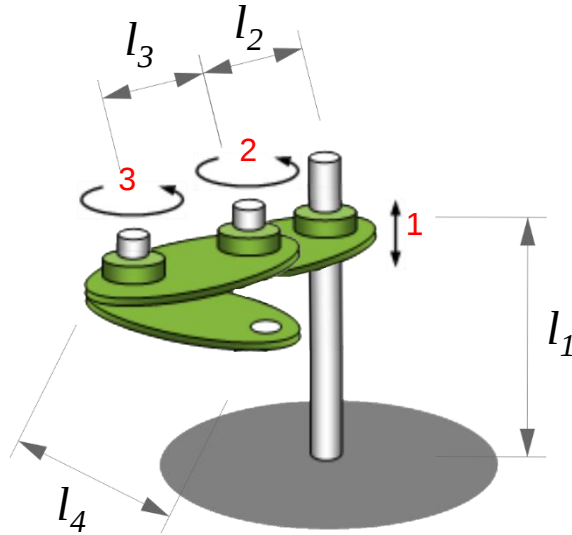
θ_i = Winkel um z_{i-1} , x_{i-1} in x_i

d_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang z_{i-1}

a_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang x_i (immer positiv)

α_i = Winkel um x_i , z_{i-1} in z_i

KINEMATIK 2 – DH-PARAMETER



Gelenk	θ	d_i	a_i	α_i
1	0	l_1	l_2	0
2	0	0	l_3	0
3	0	0	l_4	180°

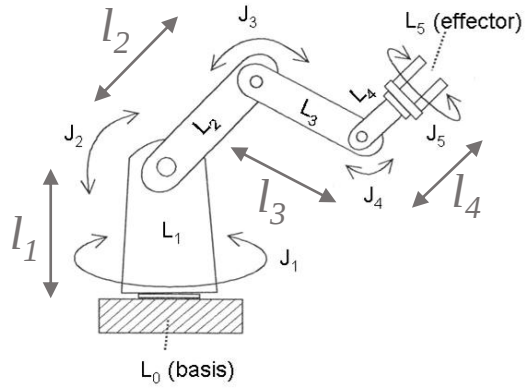
θ_i = Winkel um z_{i-1} , x_{i-1} in x_i

d_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang z_{i-1}

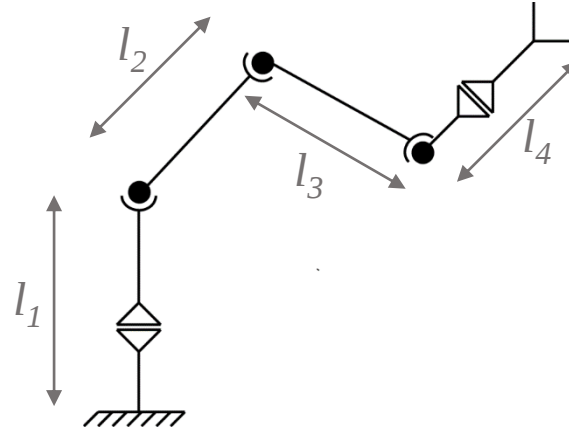
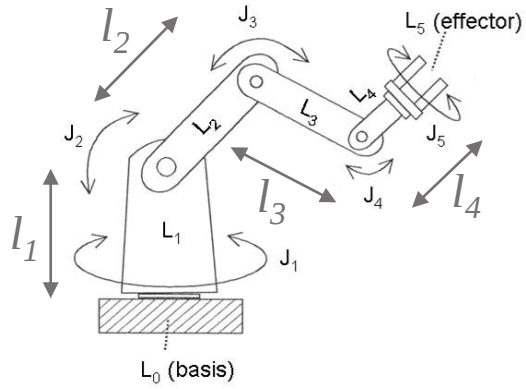
a_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang x_i (immer positiv)

α_i = Winkel um x_i , z_{i-1} in z_i

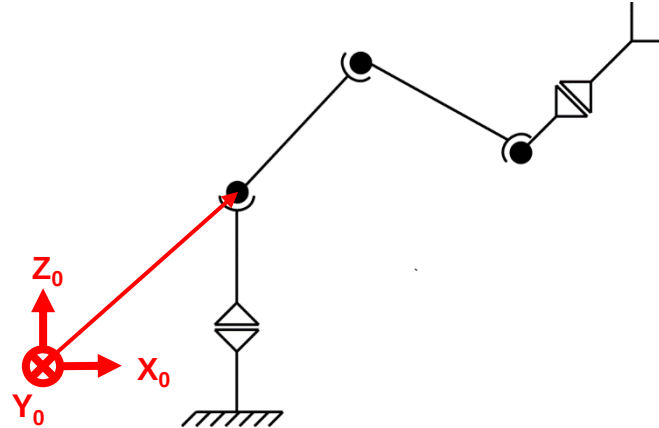
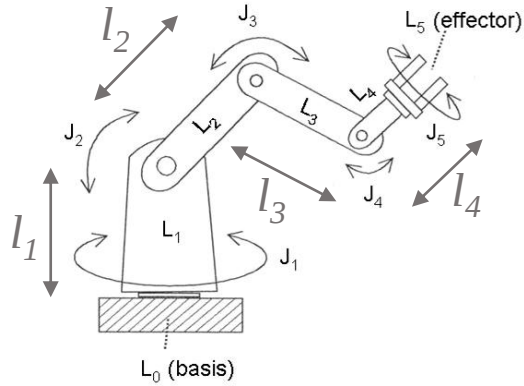
KINEMATIK 3



KINEMATIK 3

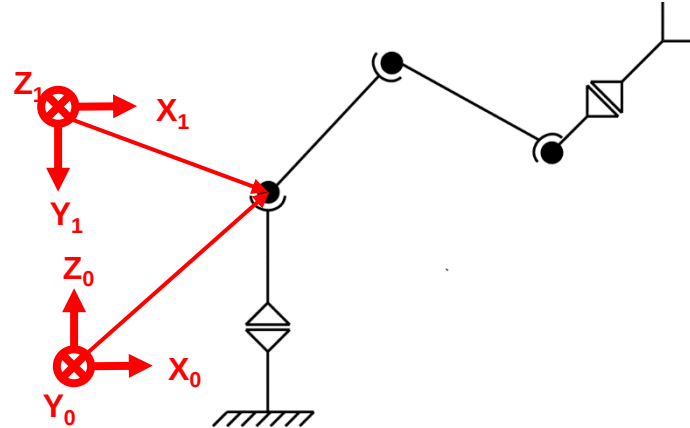
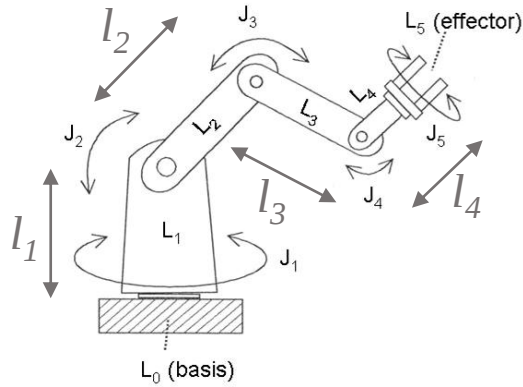


KINEMATIK 3 – K_0



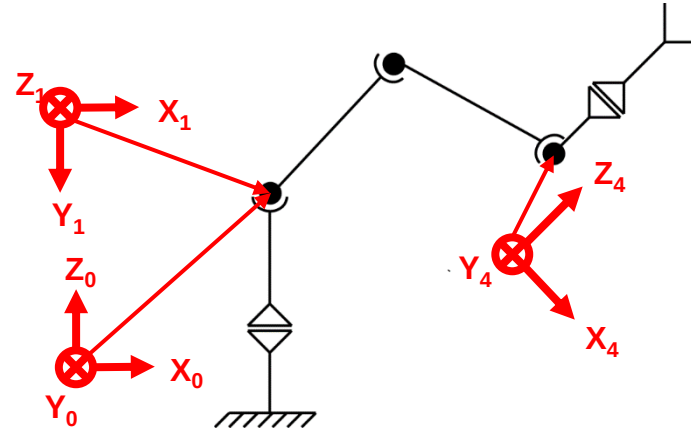
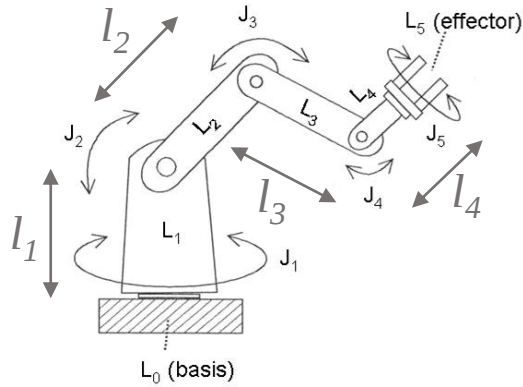
- Ursprung von K_0 liegt auf der ersten Gelenkachse
- die z_0 Achse zeigt entlang der ersten Gelenkachse
- x_0 , y_0 frei wählbar (Rechtssystem)

KINEMATIK 3 – K_1



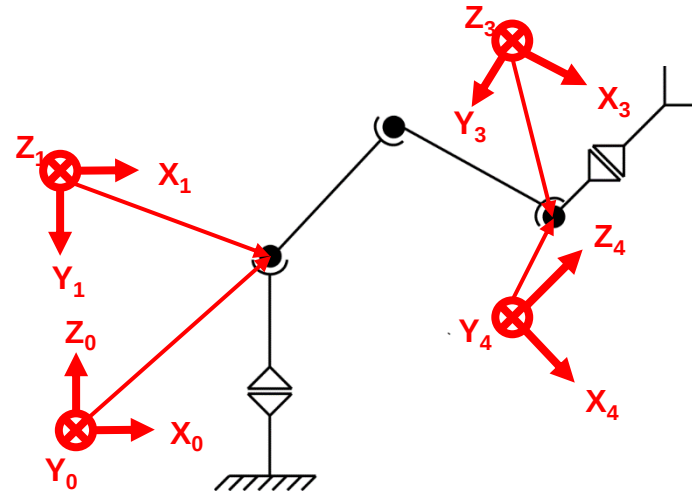
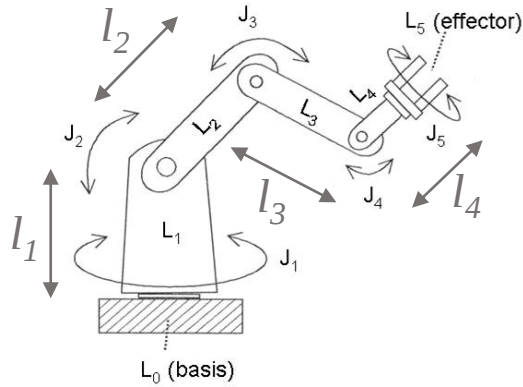
- Ursprung von K_i liegt im Schnittpunkt beider Gelenkachsen
- Die z_i Achse wird entlang der Gelenkachse $i+1$ gelegt
- Die x_i Achse wird senkrecht zu den beiden Gelenkachsen gelegt
- Die y_i Achse wird zum Rechtssystem ergänzt

KINEMATIK 3 – K_4



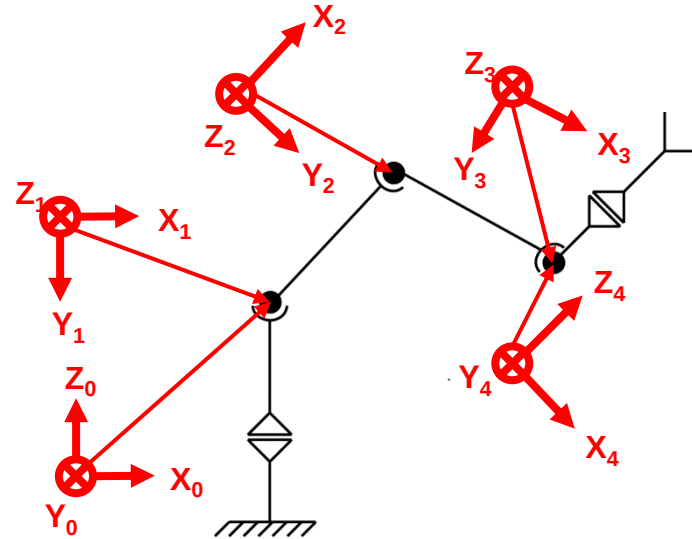
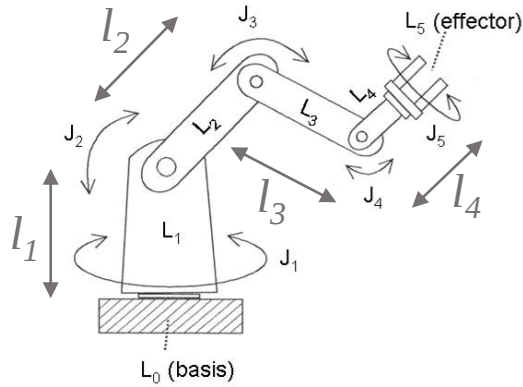
- Ursprung von K_i liegt im Schnittpunkt beider Gelenkachsen
- Die z_i Achse wird entlang der Gelenkachse $i+1$ gelegt
- Die x_i Achse wird senkrecht zu den beiden Gelenkachsen gelegt
- Die y_i Achse wird zum Rechtssystem ergänzt

KINEMATIK 3 – K_3



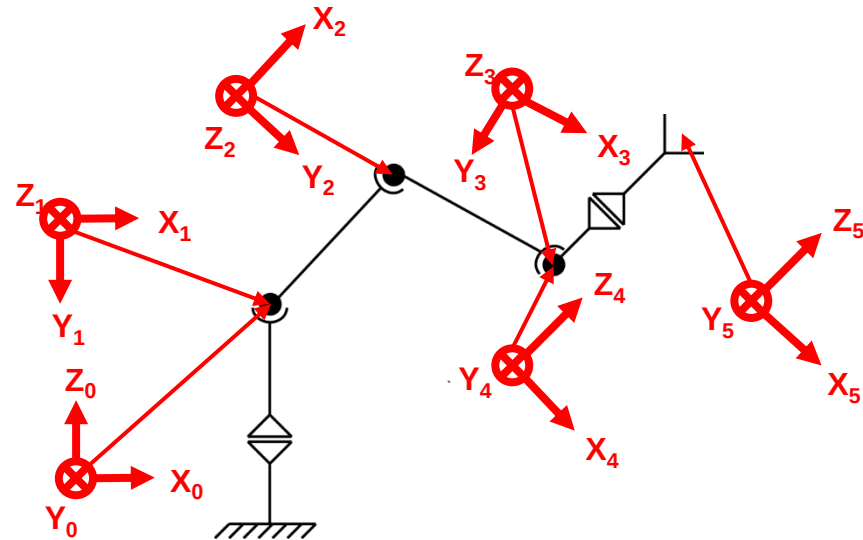
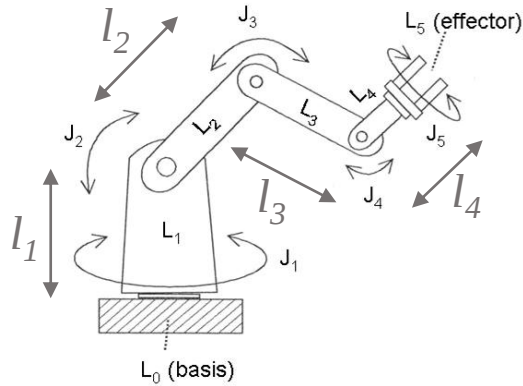
- Ursprung von K_i liegt auf Gelenkachse $i+1$, so dass Abstand zu K_{i+1} minimal
- Die z_i Achse wird entlang der Gelenkachse $i+1$ gelegt
- Die x_i Achse wird in Richtung der gemeinsamen Normalen der Gelenkachsen i und $i+1$ gelegt, von Gelenkachse i zu Achse $i+1$

KINEMATIK 3 – K_2



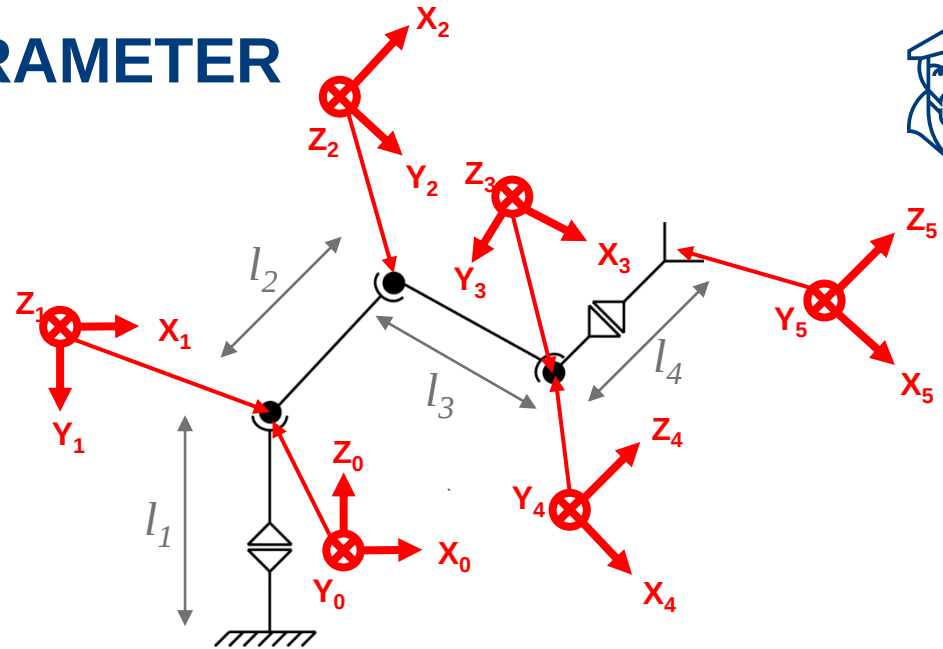
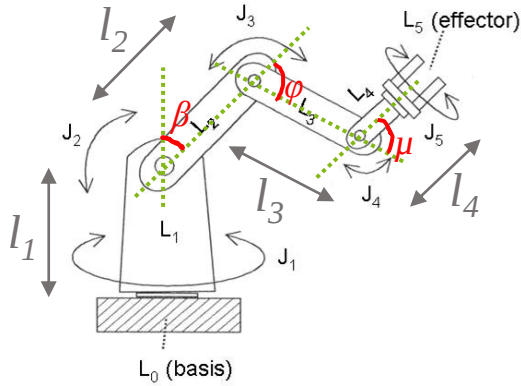
- Ursprung von K_i liegt auf Gelenkachse $i+1$, so dass Abstand zu K_{i+1} minimal
- Die z_i Achse wird entlang der Gelenkachse $i+1$ gelegt
- Die x_i Achse wird in Richtung der gemeinsamen Normalen der Gelenkachsen i und $i+1$ gelegt, von Gelenkachse i zu Achse $i+1$

KINEMATIK 3 – K_5



- Der Ursprung von K_n liegt auf dem TCP
- Die z_n Achse wird in Richtung der Gelenkachse durch den TCP gelegt
- Sind Achsen z_{n-1} und z_n kollinear, so ist die x_n Achse wie die x_{n-1} Achse zu wählen

KINEMATIK 3 – DH-PARAMETER



Gelenk	θ	d_i	a_i	α_i
1				
2				
3				
4				
5				

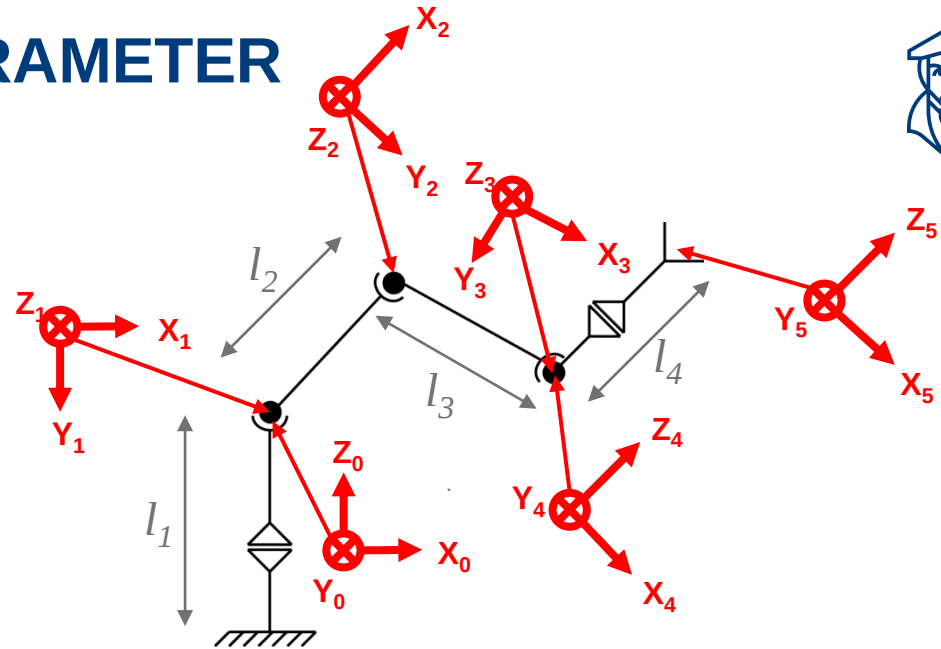
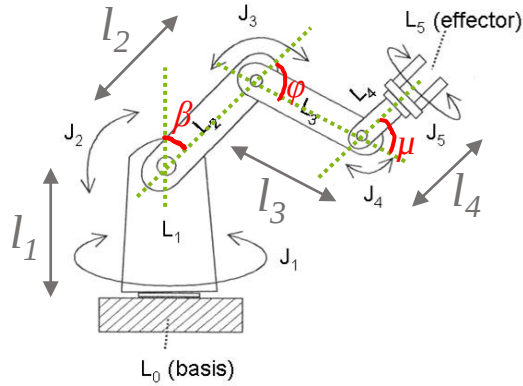
θ_i = Winkel um z_{i-1} , x_{i-1} in x_i

d_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang z_{i-1}

a_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang x_i (immer positiv)

α_i = Winkel um x_i , z_{i-1} in z_i

KINEMATIK 3 – DH-PARAMETER



Gelenk	θ	d_i	a_i	α_i
1	0	0	0	-90°
2	$-(90^\circ - \beta)$	0	l_2	0
3	φ	0	l_3	0
4	$90^\circ - \mu$	0	0	90°
5	0	l_4	0	0

θ_i = Winkel um z_{i-1} , x_{i-1} in x_i

d_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang z_{i-1}

a_i = Abstand K_i und K_{i-1} entlang x_i (immer positiv)

α_i = Winkel um x_i , z_{i-1} in z_i



11. Welches Problem tritt bei der Rückwärtstransformation (Inversen Kinematik) auf, das bei der Vorwärtstransformation nicht existiert?

- Die Notwendigkeit einer Multiplikation von Transformationsmatrizen.
- Mehrdeutigkeiten: Einer kartesischen Position können mehrere Gelenkwinkelstellungen entsprechen.
- Die Berechnung der Position und Orientierung des Endeffektors.
- Der Verlust eines Freiheitsgrades durch die Verwindung der Armeile.

12. Was ist die Hauptcharakteristik einer inneren Singularität bei einem 6-Achs-Knickarmroboter?

- Der Roboterarm ist vollständig ausgestreckt, wodurch der Endeffektor nicht radial bewegt werden kann (Randsingularität).
- Mehrere Achsen sind wirkungsgleich (kollinear), was zum Verlust eines Freiheitsgrades führt.
- Der TCP liegt außerhalb des erreichbaren Arbeitsraumes.
- Die Gelenkwinkel werden im numerischen Verfahren nicht exakt gelöst.



13. Welches Lösungsverfahren für die Inverse Kinematik ist das allgemeinste, aber rechenintensiv und anfällig für lokale Minima?

- Geometrische Verfahren
- Algebraische Verfahren
- Analytische Verfahren
- Numerische Verfahren