

Blatt2-Übungen_Grenzwerte01

Montag, 19. Februar 2024 22:01



Blatt2-
Übungen_...

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs Grenzwerte

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Folge $(x_n) = ((-1)^n + \frac{n}{n+1})$ divergent ist.
(Untersuchen Sie dazu die Teilfolgen (x_{2k}) und (x_{2k+1})).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} \quad \begin{matrix} \text{"00"} \\ \text{"00"} \end{matrix}$$
$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n \cdot 1}{n \cdot (1 + \frac{1}{n})} \quad \begin{matrix} \text{"00"} \\ \text{"00"} \end{matrix}$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$ *unbestimmt!*

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$

$$= \begin{cases} 1, & \text{gerade } n \\ -1, & \text{ungerade } n \end{cases} + 1 = \begin{cases} 2, & \text{gerade } n \\ 0, & \text{ungerade } n \end{cases} \Rightarrow \text{divergent}$$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{1-x}\right) = 1 - \frac{1}{1-0} = 1 - 1 = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{2x^2 + 6x}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \cdot (1 - \frac{5}{x^2})}{x^2 \cdot (2 + \frac{6}{x})} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Grenzwert der Zahlenfolge, falls er existiert.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot (3n^2 + 2)}{n^4 + n + 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2}{n^4 + n + 1} \quad \begin{matrix} \text{"00"} \\ \text{"00"} \end{matrix}$$

$$= 1 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot (3 + \frac{2}{n^2})}{n^4 \cdot (1 + \frac{1}{n^3} + \frac{1}{n^4})}$$

$$= 1 \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \cdot (3 + \frac{2}{n^2})}{n^4 \cdot (1 + \frac{1}{n^3} + \frac{1}{n^4})} \quad \begin{matrix} \text{"00"} \\ \text{"00"} \end{matrix}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2}$$

$$= \begin{cases} (+1) & \text{gerade } n \\ (-1) & \text{ungerade } n \end{cases} \cdot 0 = \begin{cases} 0, & \text{gerade } n \\ 0, & \text{ungerade } n \end{cases} \Rightarrow \text{Konvergenz}$$

b) $(x^2 + x - 2) : (x - 1) = x + 2$

$$\frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \frac{(x-1)(x+2)}{x-1} = x+2$$

also $\lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 3$

wolframalpha.com

FROM THE MAKERS OF WOLFRAM LANGUAGE AND MATHEMATICA

WolframAlpha

limit (n^2-5)/(2n^2+6n) as n->infinity

NATURAL LANGUAGE MATH INPUT EXTENDED KEYBOARD

Assuming limit refers to a continuous limit | Use the discrete instead

Limit Decimal f

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 5}{2n^2 + 6n} = \frac{1}{2}$$