



Blatt2-
Übungen_...

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Grenzwerte

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß die Folge $(x_n) = \left((-1)^n + \frac{n}{n+1}\right)$ divergent ist.
(Untersuchen Sie dazu die Teilfolgen (x_{2k}) und (x_{2k+1})).

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$$

Aufgabe 2

Berechnen Sie die Grenzwerte.

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 1} - x$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1}$ "0" undefiniert

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{1}{1-x}\right)$
 $= 1 - \frac{1}{1-0} = 1 - 1 = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5}{2x^2 + 6x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 \cdot (1 - \frac{5}{x^2})}{x^2 \cdot (2 + \frac{6}{x})} = \frac{1}{2}$

Aufgabe 3

Berechnen Sie den Grenzwert der Zahlenfolge, falls er existiert.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n \cdot (3n^2 + 2)}{n^4 + n + 1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 2}{n^4 + n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{n^2} = 1 \cdot 0 = 0$$

$$= \begin{cases} 1 \cdot 0 = 0, & \text{gerade } n \\ -1 \cdot 0 = 0, & \text{ungerade } n \end{cases} \Rightarrow \text{Divergent!}$$

Polynomdivision:
 $(x^2 + x - 2) : (x - 1) = x + 2$
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (x + 2) = 3$

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - x) \cdot (\sqrt{x^2 + 1} + x)}{(\sqrt{x^2 + 1} + x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = 0$$