



Blatt3-
Uebungen...

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen Differentialrechnung Teil 1

Aufgabe 1 Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitungsfunktion

- a) $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 8x + 2$
 $f'(x) = -6x^2 + 6x - 8$ ✓
- b) $f(x) = 0,5x^4 - 2x^3 + x - 1$
 $f'(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$ ✓
- c) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + 2x$
 $f'(x) = x^3 + x + 2$
- d) $s(t) = \frac{1}{6}t^3 + t^2 - 2$
 $s'(t) = \frac{1}{2}t^2 + 2t$
- e) $f(x) = \frac{6}{x} + 6x = 6x^{-1} + 6x$
 $f'(x) = -6x^{-2} + 6 = -\frac{6}{x^2} + 6$
- f) $f(x) = x(x^2 + \frac{1}{2}x + 2)$
 $f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{2}x + 2$
- g) $f(x) = \frac{1}{8}(x^3 - x^2 + x)$
 $f'(x) = \frac{1}{8}(3x^2 - 2x + 1) = \frac{1}{8}(3x^2 - 2x + 1)$
- h) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$
 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$
- i) $f(x) = \frac{2x^3}{5} + 3\sqrt{x} = \frac{2}{5}x^3 + 3x^{\frac{1}{2}}$
 $f'(x) = \frac{6}{5}x^2 + \frac{3}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{6}{5}x^2 + \frac{3}{2\sqrt{x}}$
- j) $f(x) = \frac{1}{x^2} + \frac{2}{3}x = x^{-2} + \frac{2}{3}x$
 $f'(x) = -2x^{-3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{x^3} + \frac{2}{3}$
- k) $f(x) = -(x-3)^2 \cdot (x+1)$
 $f'(x) = -2(x-3)(x+1) - (x-3)^2 = -2(x^2 - 6x + 9)(x+1) - (x^2 - 6x + 9) = -2(x^3 - 6x^2 + 9x + 9) - (x^2 - 6x + 9) = -2x^3 + 12x^2 - 18x - 18 - x^2 + 6x - 9 = -2x^3 + 11x^2 - 12x - 27$
- l) $f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 2)^2$
 $f'(x) = \frac{1}{4} \cdot 2(x^2 - 2) \cdot 2x = x(x^2 - 2) = x^3 - 2x$
- m) $f_t(x) = \frac{1}{3}x^6 + 2t^2x^2 + t$
 $f'_t(x) = 2tx^5 + 4tx = 2tx(x^4 + 2)$ ✓
- n) $f_x(t) = \frac{1}{3}x^6 + 2t^2x^2 + t$
 $f'_x(t) = \frac{2}{3}x^5 + 4tx = \frac{2}{3}x^5 + 4tx$

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen Differentialrechnung Teil 1

Aufgabe 2

- a) Die erste Ableitung f' einer Funktion f an der Stelle x_0 gibt dort die Steigung an.
- b) Ergänzen Sie die fehlenden Teile, wenn $f(x) = 3x^2 + 4x + 1$ ist:
 $f'(x) = 6x + 4$
Die Steigung an der Stelle $x = 2$ ist $f'(2) = 6 \cdot 2 + 4 = 16$
Steigung der Funktion f in $P(2|21)$ ist $f'(2) = 16$
Steigung der im Punkt P angelegten Tangente an der Stelle $x = 2$ beträgt 16 .
- c) Die Differentialrechnung wurde (unabhängig voneinander) vom deutschen Mathematiker Gottfried Wilhelm Leibniz und dem englischen Mathematiker/Physiker Isaac Newton erfunden. Das Tangentenproblem geht auf Leibniz zurück, das physikalische Problem der Bestimmung der Momentangeschwindigkeit zu einer ungleichförmigen Bewegung zu einem bestimmten Zeitpunkt wird auf Newton zurückgeführt.
- d) Ergänzen Sie folgende Tabelle

Funktion	Technische/physikalische Bedeutung	Einheit
$s(t)$	Weg/Zeit Funktion	t in s und $s(t)$ in m
$s'(t) = v(t)$	Geschwindigkeit/Zeit	t in s und $v(t)$ in $\frac{m}{s}$
$v'(t) = a(t)$	Beschleunigung/Zeit	t in s und $a(t)$ in $\frac{m}{s^2}$

- e)
Quelle: https://mmf.univie.ac.at/fileadmin/user_upload/p_mathematikmachtfreunde/Materialien/KH-Differentialrechnung.pdf
- Steigung der Tangente $v = \frac{4}{1} = 4 \frac{m}{s}$

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen Differentialrechnung Teil 1

Aufgabe 2 Bestimmen Sie die Ableitung mittels Produktregel

- 1) $f(x) = 23x^2 \cdot e^x$
- 2) $f(x) = e^x \cdot \sin(x)$
- 3) $f(x) = 19x^2 \cdot \ln(x)$
- 4) $f(x) = \sin(x) \cdot \cos(x) - \frac{3}{\pi}$
- 5) $f(x) = ax^2 \cdot 5^3 \sin(x) + 17ax^3$

Aufgabe 3 Bestimmen Sie die Ableitung mittels Quotientenregel

$f(x) = \frac{4x+2}{7x^2}$

$y(t) = \frac{\sin(t)}{\cos(t)}$

$f(x) = \frac{21e^x}{7x+1}$

Aufgabe 4 Bestimmen Sie die erste Ableitung mittels Kettenregel

- 1) $f(x) = (2x+1)^7$
- 2) $f(x) = \sqrt{(x+4)^3}$
- 3) $f(t) = \ln\left(\frac{5}{2}t^2 + 14\right)$
- 4) $f(x) = \sin^2(x)$
- 5) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3x-6}}$
- 6) $f(x) = e^{x^2 + \sqrt{x}}$

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen Differentialrechnung Teil 1

Aufgabe 5

- Berechnen Sie $f'(x)$.
- (a) $f(x) = (2x)^{\sin(x)}$, $x > 0$ (b) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$, $x > 0$

Aufgabe 6 Bestimmen Sie die erste Ableitung

- 1) $f(x) = \frac{1}{2x+4}$
- 2) $f(x) = \cos(7x+8)$
- 3) $f(x) = (x^2+1)\sin(x)$
- 4) $f(x) = 12xe^{x+10}$
- 5) $f(x) = e^{\sqrt{x}}$
- 6) $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3-1}$
- 7) $f(x) = \cos(x^2)$
- 8) $f(x) = e^{-\frac{x}{2}}$
- 9) $f(x) = x \cdot e^{-5x^2}$

Quelle: <https://elearning.th-wildau.de/mod/book/view.php?id=122085&chapterid=198>