

13 Mengen und Ungleichungen

$B = \{-1, 0, 1, 2, 4\}$

13.1 Übungen[1] zur Notation von Mengen

Aufgabe 1
Geben Sie an, welche Zahlen zu den folgenden Mengen gehören.

- (a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3\}$
- (b) $B = \{y \in \mathbb{Z} \mid -2 < y \leq 4\}$
- (c) $C = \{z \in \mathbb{N} \mid z \text{ ist Teiler von } 24\}$
- (d) $D = \{x \in \mathbb{P} \mid x \leq 40\}$
- (e) $E = \{z \in \mathbb{Z} \mid |z| < 5\}$

Aufgabe 2
Geben Sie die folgenden Mengen durch Angabe einer Bedingung an, welche die Elemente erfüllen müssen (vgl. Aufgabe 1).

- (a) $A = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- (b) $B = \{5, 6, 7, 8, \dots\}$
- (c) $C = \{3, 6, 9, 12, 15, \dots\}$
- (d) $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 5 \leq x \leq 15\}$
- (e) $E = \{x \in \mathbb{R} \mid 5 \leq x < 15\}$
- (f) $F = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- (g) $G = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 3\}$
- (h) $H = \{x \in \mathbb{Z} \mid -1 \leq x \leq 2\}$
- (i) $I = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 3\}$
- (j) $J = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$
- (k) $K = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ ist ein Vielfaches von } 3\}$

Aufgabe 3
Berechnen Sie $A \cup B, B \cap C, C \cap D, D \cap E$ und $E \cap F$ mit den Mengen von Aufgabe 2!

- (a) $A \cup B = \{-1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
- (b) $B \cap C = \{6, 9, 12, 15, \dots\}$
- (c) $C \cap D = C$
- (d) $D \cap E = D$
- (e) $D \cap F = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- (f) $E \cap F = \emptyset$

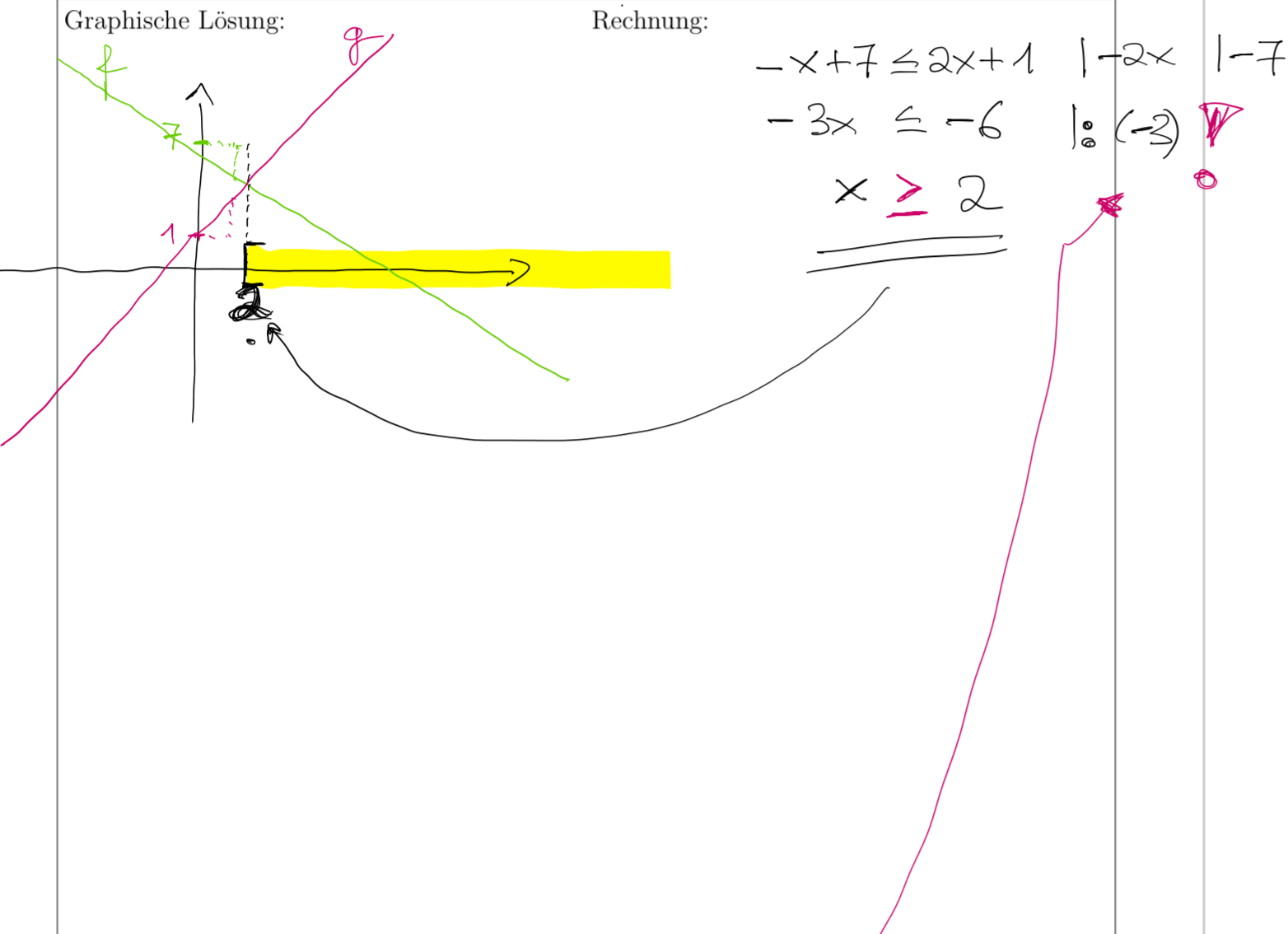
Aufgabe 4
Geben Sie die folgenden Mengen in Intervallschreibweise an.

- (a) $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 8\}$
- (b) $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 8\}$
- (c) $\{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 9\}$

Verknüpfung von Mengen:
Bsp: $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $B = \{3, 4, 5, 6, 10\}$
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$
 $A \cap B = \{3, 4, 5, 6\}$
 $A \setminus B = \{1, 2\}$

13.2 Ungleichungen

Beispiel:
 $x + 7 \leq 2x + 1$
 $-x + 7 \leq 2x + 1$
 $-3x \leq -6$
 $x \geq 2$

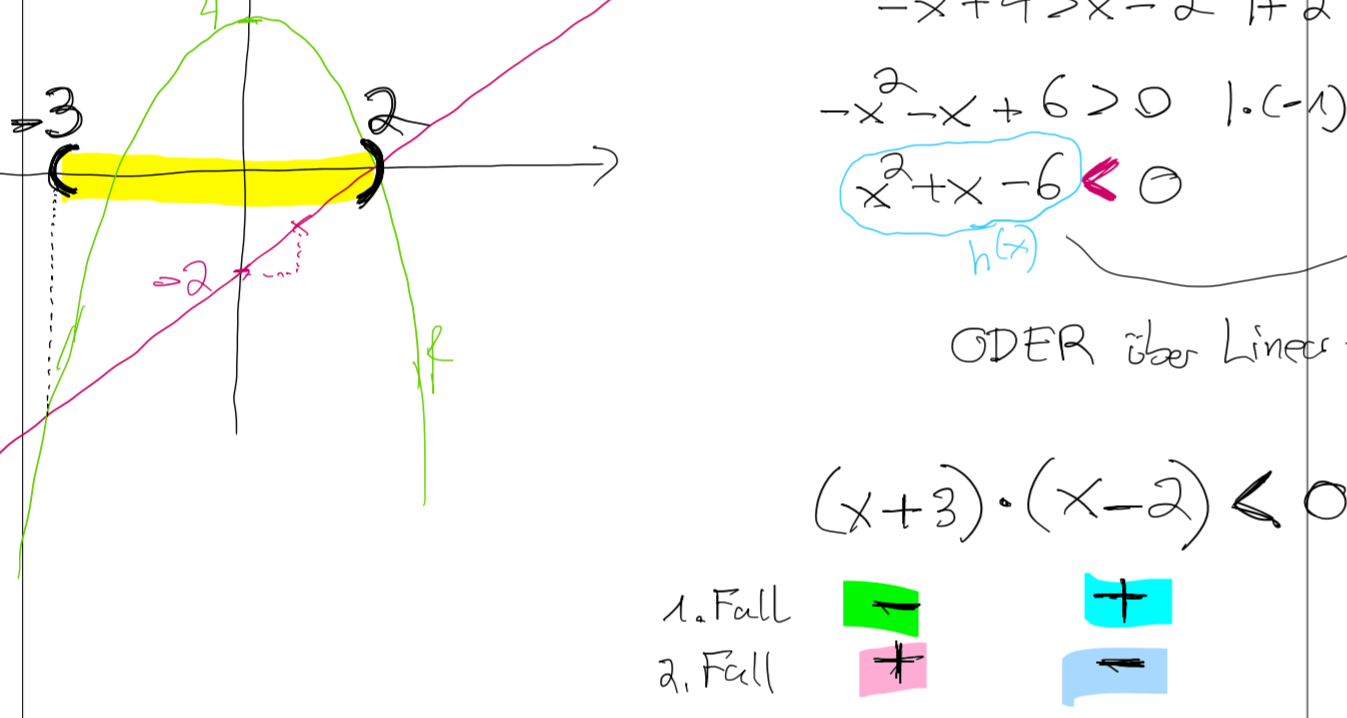


Merke:
Multipliziert oder dividiert man eine Ungleichung mit einer negativen Zahl, dreht sich das Relationszeichen um!

13.3 Betragsungleichungen

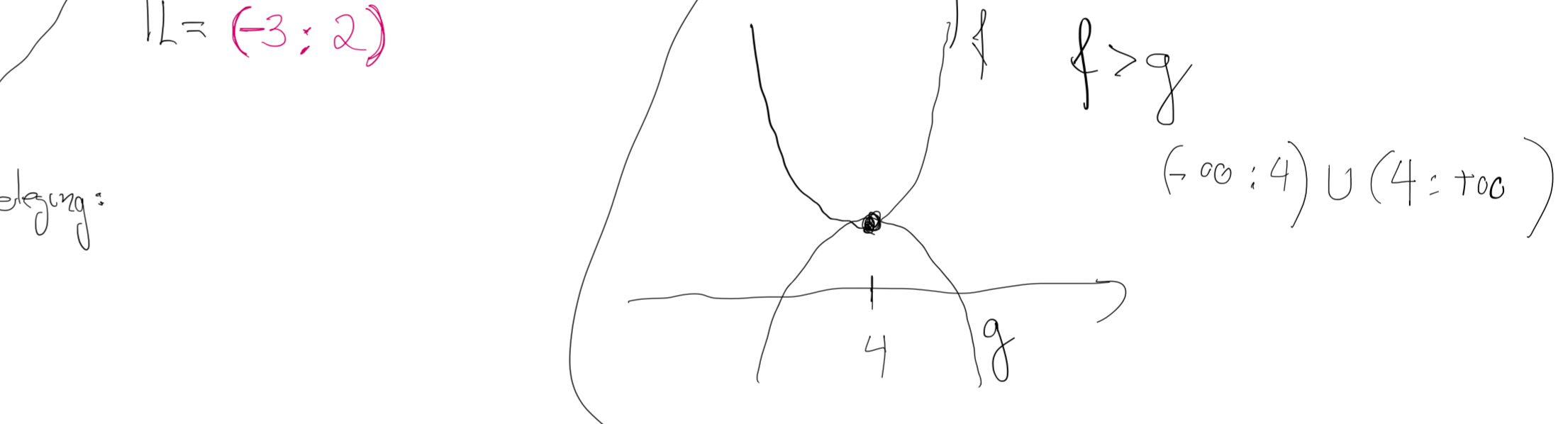
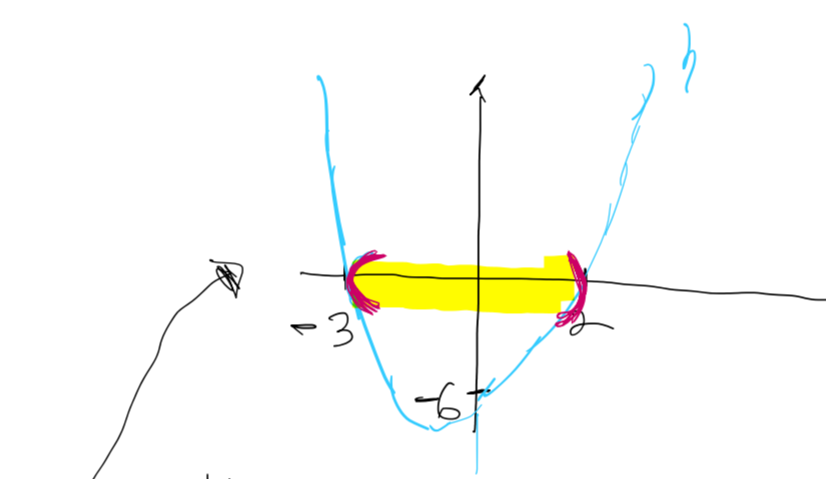
Wiederholung:
 $f(x) = |x| := \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

Bei der rechnerischen Lösung kann folgender Zusammenhang hilfreich sein: $|x^2 - a^2|$



Rechnung:
1. Fall: $x+2 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$
2. Fall: $x+2 \leq -3 \Rightarrow x \leq -5$
 $L = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$

Nullstellen: $x^2 + x - 6 = 0$
 $x = -3$ oder $x = 2$

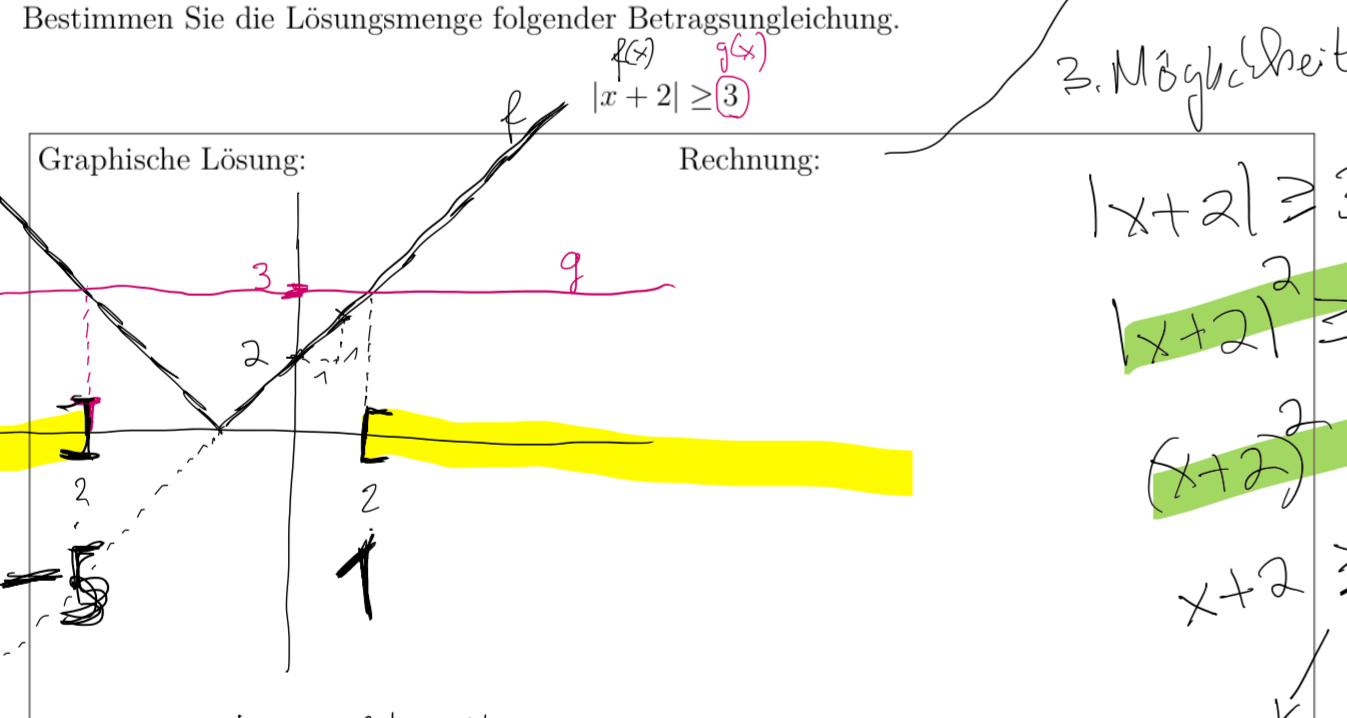


Verknüpfung:
 $L = L_1 \cup L_2$
 $L = \{3\} \cup (-3; 2)$
 $L = (-3; 2)$

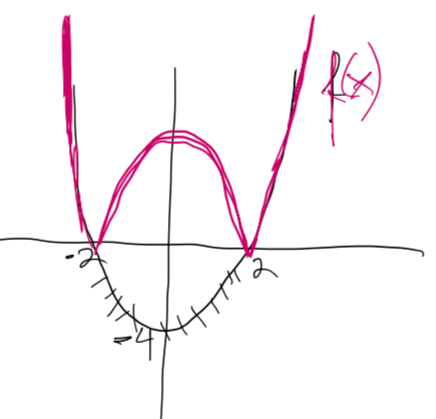
13.3 Betragsungleichungen

Wiederholung:
 $f(x) = |x| := \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

Bei der rechnerischen Lösung kann folgender Zusammenhang hilfreich sein: $|x^2 - a^2|$



Rechnung:
1. Fall: $x+2 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$
2. Fall: $x+2 \leq -3 \Rightarrow x \leq -5$
 $L = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$



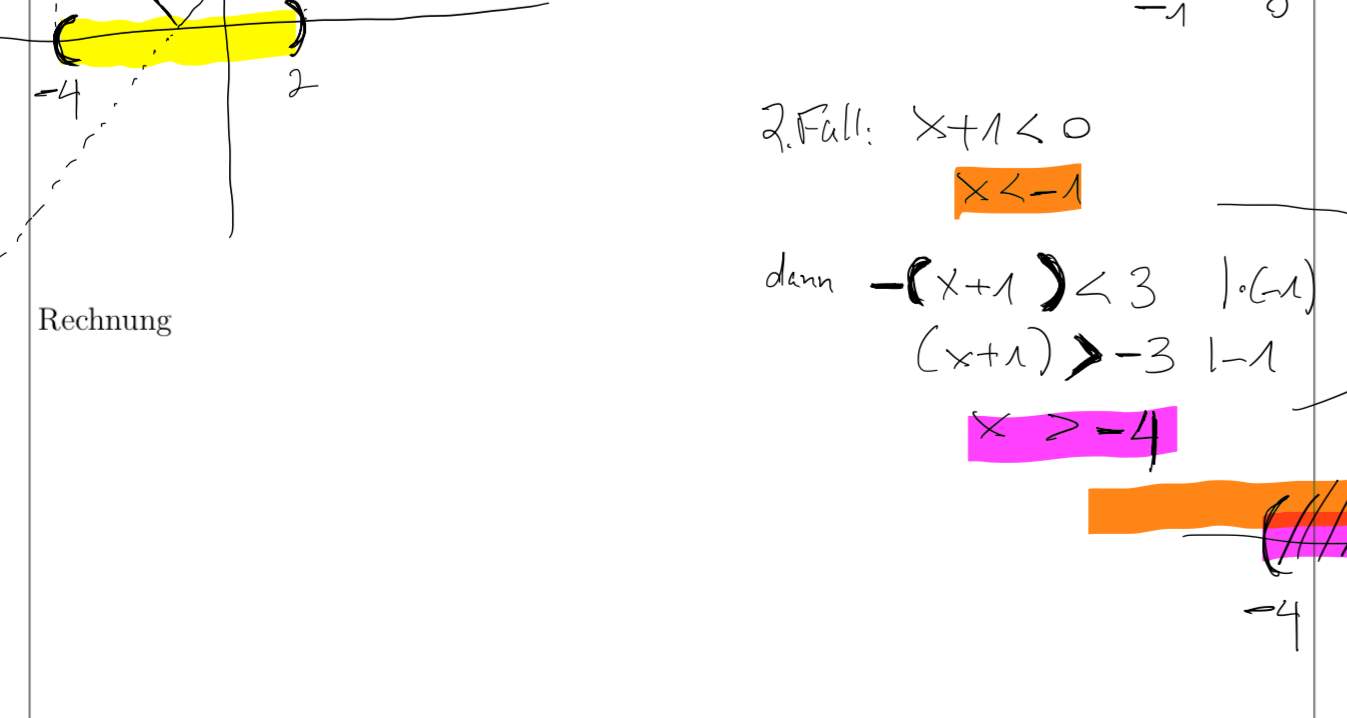
Rechnung:
 $|x+2| \geq 3$
 $x+2 \geq 3 \Rightarrow x \geq 1$
 $x+2 \leq -3 \Rightarrow x \leq -5$
 $L = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$

Verknüpfung:
 $L = L_2 \cup L_1$
 $L = (-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$

13.3 Betragsungleichungen

Wiederholung:
 $f(x) = |x| := \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

Bei der rechnerischen Lösung kann folgender Zusammenhang hilfreich sein: $|x^2 - a^2|$



Rechnung:
1. Fall: $x+1 \leq 3 \Rightarrow x \leq 2$
2. Fall: $x+1 \geq -3 \Rightarrow x \geq -4$
 $L = [-4; 2]$

Verknüpfung:
 $L = L_2 \cup L_1$
 $L = (-4; -1) \cup [-1; 2)$
 $L = (-4; 2)$