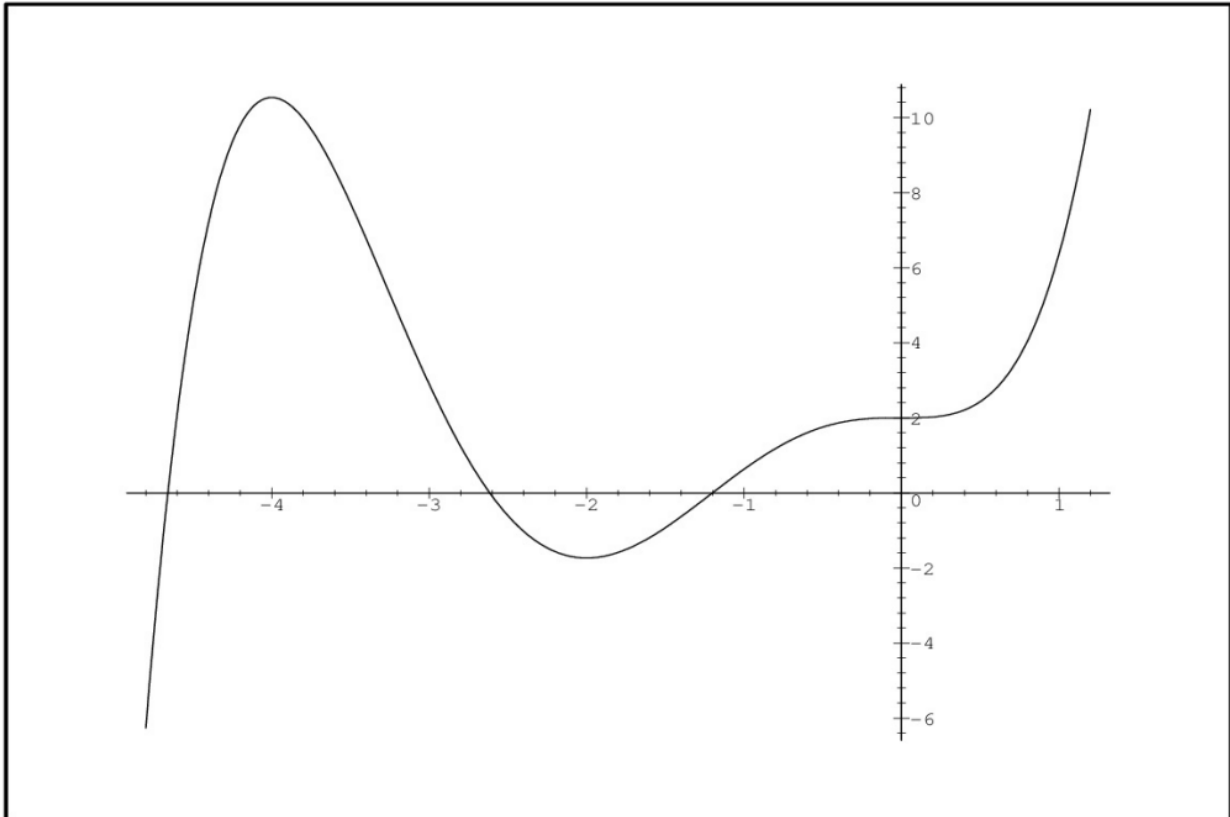


**Mathematik Vorbereitungskurs**  
**Übungen Differentialrechnung**

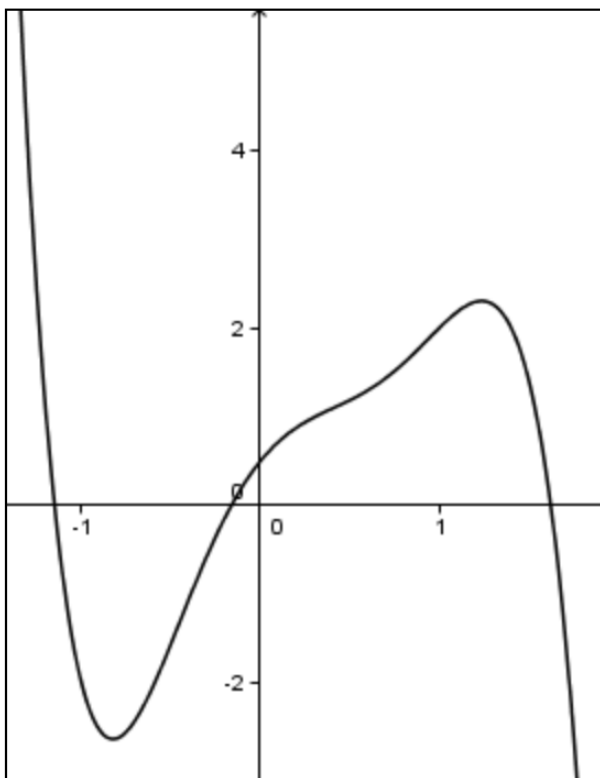
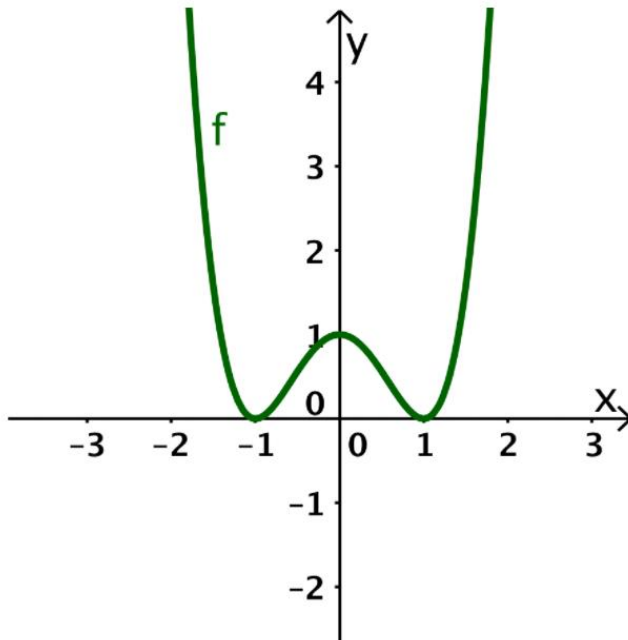
**Aufgabe 1**

Nachfolgend ist der Graph einer Funktion  $f$  gegeben. Ergänzen Sie diesen um eine Skizze seiner ersten ( $f'$ ) und seiner zweiten Ableitung ( $f''$ ).



**Mathematik Vorbereitungskurs**  
**Übungen Differentialrechnung**

**Aufgabe 2** Skizzieren Sie  $f'(x)$



Quelle: <http://www.mathe-trainer.de/Klasse10/Ganzrationale%20Funktionen/grafisches%20ableiten/Block1/Aufg2/Aufg.htm>  
<https://de.serlo.org/mathe/26407/aufgaben-zum-graphischen-differenzieren>

## Mathematik Vorbereitungskurs Übungen Differentialrechnung

### Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lage und Art der **Extremstellen** der folgenden Funktionen  $f_1$  und  $f_2$ . Bestimmen Sie weiterhin ihre **Wendestellen** (hierbei nur notwendige Bedingung).

$$f_1(x) = x^4 - 8x^2 - 9, \quad f_2(x) = \frac{1}{5}x^5 + \frac{3}{2}x^4 + \frac{8}{3}x^3,$$

Zusatz:

Folgende Aufgaben sind **jeweils** auszuführen:

- (i) Bestimmen Sie die Nullstellen und geben Sie die Linearfaktorzerlegung an.
- (ii) Ermitteln Sie die Schnittstelle mit der  $y$ -Achse.
- (iii) Untersuchen Sie die Funktion auf das Randverhalten.
- (iv) Skizzieren Sie den Graph der Funktion in ein Koordinatensystem.

### Aufgabe 4

Nach Einnahme eines Medikamentes kann man dessen Konzentration im Blut eines Patienten messen. Für die ersten 6 Stunden beschreibt die Funktion  $f$  mit der Gleichung

$$f(t) = 10t \cdot e^{-0.5t}$$

die im Blut vorhandene Menge des Medikamentes in Milligramm pro Liter in Abhängigkeit von der Zeit  $t$ .

- (i) Berechnen Sie die maximale Konzentration des Medikaments im Blut und den Zeitpunkt, zu dem sie vorhanden ist.
- (ii) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, zu dem das Medikament am stärksten abgebaut wird.

Nach 6 Stunden erfolgt der Abbau näherungsweise linear

- (iii) Der lineare Abbau nach 6 Stunden wird näherungsweise durch die Tangente  $k$  am Graphen von  $f$  im Punkt  $P(6, f(6))$  beschrieben. Bestimmen Sie die Geradengleichung der Tangente und damit den Zeitpunkt, zu dem das Medikament unter dieser Annahme vollständig abgebaut ist.

---

**Mathematik Vorbereitungskurs**  
**Übungen Differentialrechnung****Aufgabe 5**

Ein Designer (Gestalter!) beschließt, seine (zylindrische) Hautcreme-Dose in einer Kugel zu verpacken. Diese soll den Radius  $R = 5$  cm besitzen. Wie groß ist dann das maximale Volumen  $\mathcal{V}$  des in der Kugel unterzubringenden Zylinders, überlegt er. Aus dem Mathematik-Unterricht von Herrn Fredebeul weiß er noch

$$\mathcal{V}_{\text{Zylinder}} = r^2 \pi h,$$

und nach einigem Nachdenken erkennt er (Begründung??)

$$R^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 25 = r^2 + \frac{h^2}{4}.$$

Helfen Sie ihm weiter. Bestimmen Sie den Radius  $r$  und die Höhe  $h$  des optimalen Zylinders. Wie groß ist sein Volumen  $\mathcal{V}$ ? Passt eine Creme mit 300 ml hinein?

**Aufgabe 6**

a)

Bestimmen Sie den Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, dessen Graph durch die Punkte  $A(1 | -32)$ ,  $B(-2 | 4)$ ,  $C(-3 | 0)$  und  $D(0 | 0)$  verläuft.

b)

Gesucht ist eine Funktion 3. Grades: Sie hat im Punkt  $(0, 0)$  eine Extremstelle, in  $x = 3$  eine Nullstelle und in  $x = 1$  die Steigung  $-3$ .  
Bestimmen Sie die gesuchte Funktionsgleichung!

c) Bestimmen Sie den Term einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades, welche durch den Punkt  $P(0 | 1)$  verläuft und an der Stelle  $x = 1$  eine Nullstelle und ein Minimum besitzt.