

Mathematik Vorbereitungskurs

Summen

Aufgabe 1

a) Berechnen Sie

$$1.) \sum_{i=1}^5 i^3$$

$$2.) \sum_{i=2}^7 (2-i)$$

$$3.) \sum_{i=0}^4 (i+1)^2$$

$$4.) \sum_{i=3}^8 \left(10 - \frac{i}{2}\right)$$

$$5.) \sum_{i=2}^6 (-i)^i$$

$$6.) \sum_{i=0}^5 \frac{i}{i+2}$$

b) Schreiben Sie als Summe

$$1.) \quad 0+3+6+9+12+\dots+30$$

$$2.) \quad (-1)+2-3+4-5+6-7+8$$

$$3.) \quad 0+1+4+9+16+25+\dots+400$$

c) Ermitteln Sie die Grenzen der Laufvariablen

$$1.) \quad \sum \frac{1}{i} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{10}$$

$$2.) \quad \sum \frac{2^i}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \dots + \frac{4.096}{3}$$

$$3.) \quad \sum (-1)^i \cdot i^2 = (-9) + 16 - 25 + \dots + 324$$

d) Führen Sie eine Indexverschiebung durch

$$1.) \quad \sum_{i=6}^{10} (i-1) = \sum_{i=?}^? ?$$

$$2.) \quad \sum_{i=4}^{10} (i+4) = \sum_{i=?}^8 ?$$

$$3.) \quad \sum_{i=5}^{10} (8-i) = \sum_{i=?}^? ?$$

$$4.) \quad \sum_{i=2}^8 (3-i) = \sum_{i=?}^6 ?$$

$$5.) \quad \sum_{i=3}^{15} (2i+3) = \sum_{i=?}^? ?$$

$$6.) \quad \sum_{i=4}^{10} (i^2-2) = \sum_{i=?}^? ?$$

Mathematik Vorbereitungskurs

Summen

Aufgabe 2

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass gilt:

$$\sum_{k=1}^n (2k - 1) = n^2 \quad (\text{für alle } n \geq 1)$$

Quelle: <https://www.emath.de/Referate/induktion-aufgaben-loesungen.pdf>

Aufgabe 3 Lineare Regression

- (i) Gegeben sind die Punkte $P_1(-3, 14)$, $P_2(-2, 11)$, $P_3(0, 5)$, $P_4(2, -1)$ und $P_5(8, -19)$. Bestimmen Sie die durch diese festgelegte **Regressionsgerade**. Zur Erinnerung:

$$m = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

$$\text{und } b = \bar{y} - m \bar{x} .$$

- (ii) Liegt einer der Punkte P_i , $i = 1, \dots, 5$, auf der Gerade? (Tipp: Bestimmen Sie die Gerade durch P_3 und P_4 . Was fällt auf?)
- (iii) Bestimmen Sie weiterhin den **Korrelationskoeffizient**

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n s_x s_y} .$$