

Dr. Markus Schröder



Mathematik Vorbereitungskurs
Übungen zur Integralrechnung

Aufgabe 1

a) $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + c$

d) $\int (e^x + x^2) dx = e^x + \frac{1}{3}x^3 + c$

g) $\int (\cos(x) - e^{-x} + 1) dx = \sin(x) + e^{-x} + x + c$

j) $\int \cos(3x) dx = \frac{1}{3} \sin(3x) + c$

b) $\int (x^3 + 2x - 4) dx = \frac{1}{4}x^4 + x^2 - 4x + c$

e) $\int (e^{2x} + 3) dx = \frac{1}{2}e^{2x} + 3x + c$

k) $\int \sqrt{x} dx = \int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

$$= \frac{1}{10}x^5 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + c$$

c) $\int (\frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2 - x) dx$

f) $\int (2xt^2 + 2xt - 4) dt = \frac{2}{3}xt^3 + xt^2 - 4t + c$

i) $\int e^{2x+3} dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + c$

l) $\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = -x^{-1} + c = -\frac{1}{x} + c$

Aufgabe 2**Swimmingpool**

Ein quaderförmiger Swimmingpool mit 8 m Länge, 5 m Breite und 3 m Höhe wird mit Wasser gefüllt. Zu Beginn beträgt die Wasserhöhe 0,1 m. Der Zu- bzw. Abfluss des Wassers wird modellhaft beschrieben durch die Zulaufratenfunktion mit

$$f(t) = t^3 - 13t^2 + 40t; \quad 0 \leq t \leq 9$$

(f(t) in m³ pro Stunde, t in Stunden)

- Gib die Zeitpunkte an, zu denen das Wasser weder zu noch abläuft, und berechne die Zeitpunkte maximalen Zu- bzw. Abflusses.
- Skizziere den Graphen der Zulaufratenfunktion f.
- Wie viel Wasser befindet sich nach 3 Stunden im Pool?
- Bestimme die Höhe des Wasserstands am Ende des gesamten Einfüllvorgangs.
- Berechne die maximale Wassermenge im Pool.
- Bestimmen Sie die Gesamtmenge an Wasser, die zu- bzw. abgelaufen ist.
- Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die neu hinzugeflossene Wassermenge erstmals 16 m³ beträgt.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Integrale durch partielle Integration.

(a) $\int x^2 \sin(3x) dx$

(b) $\int \sin^2(x) dx$

(c) $\int x e^{2x} dx$